УДК 539.12:530.145

Владимир Анестиевич Плетюхов
д-р физ-мат. наук, проф. каф. общей и теоретической физики
Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина
Vladimir Pletyukhov
Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor of the Department of General and Theoretical Physics
of Brest State A. S. Pushkin University
e-mail: pletyukhov@yandex.by

НОТОФ ОГИЕВЕЦКОГО – ПОЛУБАРИНОВА И ПОЛЕ КАЛЬБА – РАМОНДА

Обсуждаются тензорная и матричная формулировки релятивистского волнового уравнения для микрообъекта, который известен в литературе как нотоф (согласно Огиевецкому и Полубаринову) и поле Кальба – Рамонда. Показано, что данное уравнение действительно описывает нотоф, т. е. безмассовую векторную частицу с нулевой спиральностью. Таким образом, трактовка обсуждаемого микрообъекта как безмассового скалярного мезона (по Кальбу и Рамонду) является ошибочной.

Ключевые слова: *нотоф, поле Кальба – Рамонда, векторная частица, спиральность, скалярная частица.*

Ogievetsky – Polybarinov Notoph and Kalb – Ramond Field

The tensor and matrix formulations of the relativistic wave eguation for microobject wich are krown in literature both as the notoph (by Ogievetsky and Polybarinov) and Kalb – Ramond field are discussed. It is shown that this eguation actually describes the notof – the massless vector particle with zero helicity. So, the interpretation of this object as the massless scalar meson (by Kalb and Ramond) is wrong.

Key words: *notoph, Kalb – Ramond field, vector particle, helicity, scalar particle.*

Введение

Как хорошо известно, фотон, обладающий двумя состояниями поляризации (спиральностью ±1), описывается вектор-потенциалом A_μ, подчиняющимся уравнению второго порядка [1, с.161].

$$\Box A_\mu - \partial_\mu \partial_\nu A_\nu = -j_\mu. \tag{1}$$

Здесь j_μ – четырехмерный вектор плотности тока $(\mu, \nu = 1 \div 4; x_4 = ict, j_4 = ic\rho)$; $\Box = \frac{\partial^2}{\partial x_\mu^2}$ – оператор Даламбера, по повторяющемуся индексу в произведении подразумевается суммирование.

Уравнение (1) инвариантно относительно калибровочных преобразований второго рода

$$\delta A_\mu = \partial_\mu \Lambda(x), \tag{2}$$

где $\Lambda(x)$ – скалярная калибровочная функция. Напряженностью, инвариантной относительно преобразований (2), служит антисимметричный тензор второго ранга

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \tag{3}$$

В 1966 г. В. Огиевецкий и И. Полубаринов [2] показали, что теорию безмассовой частицы со спином 1 можно строить на основе тензор-потенциала $\Phi_{\mu\nu} (\Phi_{\mu\nu} = -\Phi_{\nu\mu})$, удовлетворяющего уравнению второго порядка

$$\Phi_{\mu\nu} - \partial_\mu \partial_\lambda \Phi_{\lambda\nu} + \partial_\nu \partial_\lambda \Phi_{\lambda\mu} = -j_{\mu\nu}, \tag{4}$$

где $j_{\mu\nu}$ – тензор плотности тока ($j_{\nu\mu} = -j_{\mu\nu}, \partial_\mu j_{\mu\nu} = 0$).

Уравнение (4) инвариантно относительно калибровочных преобразований

$$\delta\Phi_{\mu\nu} = \partial_\mu\Lambda_\nu(x) - \partial_\nu\Lambda_\mu(x), \tag{5}$$

где $\Lambda_\mu(x)$ – векторная калибровочная функция. Используя преобразования (5), уравнение (4) для случая свободного поля ($j_{\mu\nu} = 0$) можно привести к более простой системе

$$\Box\Phi_{\mu\nu} = 0, \tag{6}$$

$$\partial_\nu\Phi_{\mu\nu} = 0, \tag{7}$$

в которой уравнение (7) играет роль дополнительного условия для уравнения (6). При этом в выборе калибровочной функции все еще остается произвол, ограниченный условием

$$\Box\Lambda_\mu(\mathrm{x}) - \partial_\mu\partial_\nu\Lambda_\nu(x) = 0. \tag{8}$$

Дополнительное условие (7) приводит к тому, что из шести компонент тензор-потенциала $\Phi_{\mu\nu}$ независимыми являются только две. Остающийся в выборе калибровочной функции произвол (8) позволяет исключить еще одну компоненту в качестве независимой. В результате остается лишь одна независимая компонента тензор-потенциал $\Phi_{\mu\nu}$, которая, по мнению авторов [2], обладает нулевой спиральностью (строгого доказательства при этом не приводится), но во взаимодействиях переносит спин 1.

Описываемая уравнением (4) безмассовая частица была названа в [2] нотофом. Это название отражает дополнительность свойств нотофа и фотона как в смысле спиральности, так и в отношении лоренцевских трансформационных свойств потенциалов.

В 1974 г. М. Кальб и П. Рамонд [3] «переоткрыли» нотоф, предложив использовать тензор-потенциал $\Phi_{\mu\nu}$ для описания взаимодействия замкнутых струн, редуцированного на четырехмерное пространство−время. В качестве напряженности в [3] рассматривается полностью антисимметричный тензор третьего ранга $F_{\mu\nu\alpha}$. Предлагаемая система уравнений первого порядка

$$\partial_\mu F_{\mu\nu\alpha} = j_{\nu\alpha}, \tag{9}$$

$$\partial_\mu\Phi_{\nu\alpha} + \partial_\alpha\Phi_{\mu\nu} + \partial_\nu\Phi_{\alpha\mu} + F_{\mu\nu\alpha} = 0 \tag{10}$$

приводит к уравнению второго порядка (4) и к системе (6), (7) в случае свободного поля. Другими словами, теории Огиевецкого – Полубаринова и Кальба – Рамонда математически эквиваленты.

Физическая же трактовка, предлагаемая в [3], отличается от трактовки [2]. Кальб и Рамонд интерпретируют сопоставляемую тензор-потенциалу $\Phi_{\mu\nu}$ безмассовую частицу с одной степенью свободы как ***скалярный*** безмассовый мезон, который по определению не может во взаимодействиях переносить спин 1 или какой-либо еще спин.

В дальнейшем в литературе утвердилась именно эта трактовка [4; 5]. В научный обиход был введен даже термин «spin jumping» (спиновый скачок), смысл которого заключается в том, что при переходе к безмассовому пределу в теории массивного векторного поля может получится теория безмассового поля со спином 0. Также закрепилось и название безмассового микрообъекта, описываемого системой (9), (10): «поле Кальба – Рамонда».

Основная часть

Для того чтобы установить, какая из двух приведенных выше физических трактовок безмассового микрообъекта, сопоставляемого тензор-потенциалу $\Phi_{\mu\nu}$, является правильной, применим подход, используемый в работе [6] при рассмотрении безмассового поля Штюкельберга. При этом достаточно ограничиться случаем свободного (без источников) поля, описываемого системой первого порядка

$$\partial_\mu F_{\mu\nu\alpha} = 0, \tag{11}$$

$$F_{\mu\nu\alpha} = -\partial_\mu \Phi_{\nu\alpha} - \partial_\alpha \Phi_{\mu\nu} - \partial_\nu \Phi_{\alpha\mu}, \tag{12}$$

ассоциированной с уравнением второго порядка для потенциала

$$\Box\Phi_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\alpha \Phi_{\alpha\nu} + \partial_\nu\partial_\alpha \Phi_{\alpha\mu} = 0. \tag{13}$$

Будем искать решения уравнений (11) – (13) в виде плоских волн

$$\psi_{\mu\nu}(x) = \overset{\circ}{\psi}_{\mu\nu} e^{-i\kappa_\lambda x_\lambda}, \tag{14}$$

$$\psi_{\mu\nu\alpha}(x) = \overset{\circ}{\psi}_{\mu\nu\alpha} e^{-i\kappa_\lambda x_\lambda}, \tag{15}$$

где $\overset{\circ}{\psi}_{\mu\nu}$, $\overset{\circ}{\psi}_{\mu\nu\alpha}$ – амплитуды, κ_λ – четырехмерный волновой вектор ($\kappa_4 = i\omega$). Сначала подставим (14) в (13). Получим

$$\kappa_\lambda^2 \overset{\circ}{\psi}_{\mu\nu} + \kappa_\mu\kappa_\lambda \overset{\circ}{\psi}_{\nu\lambda} - \kappa_\nu\kappa_\lambda \overset{\circ}{\psi}_{\mu\lambda} = 0. \tag{16}$$

Расписывая (16) покомпонентно, придем к следующей системе линейных однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд:

$$\begin{gathered}
(\kappa_2^2 + \kappa_3^2)\overset{\circ}{\psi}_{14} - \kappa_1\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{24} - \kappa_1\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{34} + i\omega\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{31} - i\omega\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{12} = 0,\\
-\kappa_1\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{14} + (\kappa_1^2 + \kappa_3^2)\overset{\circ}{\psi}_{24} - \kappa_2\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{34} - i\omega\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{23} - i\omega\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{12} = 0,\\
-\kappa_1\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{14} - \kappa_2\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{24} + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)\overset{\circ}{\psi}_{34} + i\omega\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{23} - i\omega\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{31} = 0,\\
-i\omega\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{24} + i\omega\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{34} + (\kappa_1^2 - \omega^2)\overset{\circ}{\psi}_{23} + \kappa_1\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{31} + \kappa_1\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{12} = 0,\\
i\omega\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{14} - i\omega\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{34} + \kappa_1\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{23} + (\kappa_2^2 - \omega^2)\overset{\circ}{\psi}_{31} + \kappa_2\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{12} = 0,\\
-i\omega\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{14} + i\omega\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{24} + \kappa_1\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{23} + \kappa_2\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{31} + (\kappa_3^2 - \omega^2)\overset{\circ}{\psi}_{12} = 0.
\end{gathered} \tag{17}$$

Нетрудно убедиться, что первые три уравнения системы (17) являются линейными комбинациями трех последних, рассмотрением которых достаточно и ограничиться. Перепишем их в виде:

$$\begin{gathered}
i\omega\left(-\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{24} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{34} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{23}\right) + \kappa_1(\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{23} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{31} + \kappa_3{}^\circ\overset{\circ}{\psi}_{12}) = 0,\\
i\omega\left(\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{14} - \kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{34} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{31}\right) + \kappa_2(\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{23} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{31} + \kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{12}) = 0,\\
i\omega\left(-\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{14} + \kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{24} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{12}\right) + \kappa_3(\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{23} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{31} + \kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{12}) = 0.
\end{gathered} \tag{18}$$

Введем обозначение:

$$g = \kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{23} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{31} + \kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{12}. \tag{19}$$

Тогда система (18) перепишется как

$$\begin{gathered}
-\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{24} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{34} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{23} = i\frac{\kappa_1}{\omega}g,\\
-\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{34} + \kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{14} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{31} = i\frac{\kappa_2}{\omega}g,\\
-\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{14} + \kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{24} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{12} = i\frac{\kappa_3}{\omega}g.
\end{gathered} \tag{20}$$

Теперь подставим (15) в уравнение (12). Получим выражения для амплитуд напряженности через амплитуды потенциала:

$$
\begin{gathered}
\overset{\circ}{\psi}_{234} = i\left(-\kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{24} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{34} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{23}\right),\\
\overset{\circ}{\psi}_{341} = i\left(\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{34} - \kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{14} - i\omega\overset{\circ}{\psi}_{31}\right),\\
\overset{\circ}{\psi}_{412} = i\left(-\kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{14} + \kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{24} + i\omega\overset{\circ}{\psi}_{12}\right),\\
\overset{\circ}{\psi}_{123} = i\left(\kappa_1\overset{\circ}{\psi}_{23} + \kappa_2\overset{\circ}{\psi}_{31} + \kappa_3\overset{\circ}{\psi}_{12}\right).
\end{gathered}
\tag{21}
$$

Сопоставляя (21) с (20) и учитывая обозначение (19), будем окончательно иметь:

$$
\overset{\circ}{\psi}_{234} = -\frac{\kappa_1}{\omega}g,\ \overset{\circ}{\psi}_{341} = \frac{\kappa_2}{\omega}g,\ \overset{\circ}{\psi}_{412} = -\frac{\kappa_3}{\omega}g,\ \overset{\circ}{\psi}_{123} = ig. \tag{22}
$$

Соотношения (22) показывают, что наблюдаемые характеристики безмассового поля, описываемого системой первого порядка (11), (12), могут быть выражены через единственную линейную комбинацию компонент тензор-потенциала (19). Эта комбинация является скаляром относительно преобразований группы трехмерных вращений, из чего следует, что система (11), (12) действительно описывает безмассовую частицу с нулевой спиральностью.

Однако нулевая спиральность свободного безмассового микрообъекта еще не означает, что речь идет обязательно о скалярной частице. Последняя, по определению, во взаимодействиях не переносит спин. Векторная же безмассовая частица со спиральностью 0 (продольно поляризованное безмассовое поле) во взаимодействиях переносит спин 1, поскольку ее виртуальный аналог обладает массой и всеми тремя значениями спиральности 0, ±1, как и виртуальный фотон.

Ответ на вопрос о спиновом статусе безмассового микрообъекта, описываемого уравнениями (11) – (13), можно получить, обратившись к положениям теории релятивистских волновых уравнений первого порядка [1]. Система (11), (12) может быть записана в стандартной матричной форме, которую использует данная теория:

$$
(\Gamma_\mu\partial_\mu + \Gamma_0)\Psi = 0. \tag{23}
$$

Здесь Γ_μ, Γ_0 – квадратные матрицы размерности 10×10, причем матрица Γ_0 – особенная; Ψ – 10-компонентная волновая функция вида

$$
\Psi = \begin{pmatrix} \Phi_{\mu\nu} \\ F_{\mu\nu\alpha} \end{pmatrix}. \tag{24}
$$

Схема зацеплений неприводимых представлений группы Лоренца

$$
(0,1) - \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' - (1,0), \tag{25}
$$

соответствующая системе (11), (12), содержит псевдовекторное представление $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)'$, тождественное представлению тензора $F_{\mu\nu\alpha}$, а также представление $[(0,1) \oplus (1,0)]$ тензора $\Phi_{\mu\nu}$.

Матрицы Γ_4, Γ_0 в каноническом базисе имеют вид [1]:

$$
\Gamma_4 = \begin{pmatrix} C^0 & \\ & C^1 \times I_3 \end{pmatrix},\ \Gamma_0 = \begin{pmatrix} I_4 & \\ & O_6 \end{pmatrix}, \tag{26}
$$

$$
C^0 = 0,\ C^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{27}
$$

где C^0, C^1 – спиновые блоки, отвечающие спинам $s = 0, 1$, в том смысле, что если блок C^s имеет ненулевые корни, то частица обладает спином s; если же блок C^s имеет только нулевые корни или вообще отсутствует в структуре матрицы Γ_4, то спин s не присущ частице. Роль матрицы Γ_0 в безмассовом случае сводится к «вырезанию» тех или иных значений проекции спина, которым обладает массивный аналог данного безмассового поля.

Так, например, для электромагнитного поля матрица Γ_4 имеет спиновую структуру (26). Однако матрица Γ_0 равна

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} O_4 & \\ & I_6 \end{pmatrix} \tag{28}$$

и вырезает состояние с нулевой проекцией спина. Матрица же Γ_0 (26) вырезает состояния с проекциями спина ±1, оставляя спиральность 0 в спиновом блоке C^1. И поскольку спиновый блок C^0 при этом равен нулю, можно сделать однозначный вывод: нотоф (поле Кальба – Рамонда) является безмассовым ***векторным*** микрообъектом с ***нулевой*** спиральностью. Так что никакого спинового скачка здесь нет и быть не может.

Векторный характер нотофа будет проявляться во взаимодействиях, в которых он играет роль переносчика взаимодействия. Виртуальный нотоф обладает массой и переносит спин s =1, так же как и виртуальный фотон.

Заключение

Проведенный анализ тензорной системы первого порядка (11), (12) в рамках алгебраического и матрично-дифференциального подходов позволяет сделать следующие выводы:

1. Описываемый этой системой свободный безмассовый микрообъект, который известен в литературе под двумя названиями (нотоф Огиевецкого – Полубаринова и поле Кальба – Рамонда), имеет нулевую спиральность.

2. При восстановлении в уравнении (11) массового члена получается система уравнений, которая описывает массивную частицу со спином 1 с тремя значениями проекции спина 0, ±1.

3. Во взаимодействиях, в которых нотоф принимает участие в качестве виртуального переносчика взаимодействия, он, приобретая массу, переносит спин 1.

4. Способность нотофа переносить во взаимодействиях спин 1 придает ему статус безмассовой ***векторной*** частицы с ***нулевой*** спиральностью, или, другими словами, продольно поляризованного безмассового векторного поля.

5. Таким образом, распространенная в литературе трактовка [3; 4] обсуждаемого микрообъекта как безмассового скалярного мезона и вытекающая отсюда возможность «спинового скачка» при переходе к безмассовому пределу в теории массивного поля является ошибочной.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск : Беларус. навука, 2015. – 326 с.

2. Огивецкий, В. И. Нотоф и его возможные взаимодействия / В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов // ЯФ. – 1966. – Т. 4, вып. 1. – С. 216–223.

3. Kalb, M. Classical direct interesting / M. Kalb, P. Ramond, // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 9, nr 8. – P. 2273–2284.

4. Aurilia, A. Generalized Maxwell eguations and the gauge mixing mechanism of mass generation / A. Aurilia, Y. Takahashi // Progr. Theor. Phys. – 1981. – Vol. 66. – P. 693–712.

5. Pletyukhov, V. A. Kalb – Ramond field and Dirac – Kähler eguation / V. A. Pletyukhov, V. I. Strazhev // Einstein and Hilbert: Dark Matter. – Contemporary Fundamental Physics. – Valeri Dvoeglazov. – Series Editor. Nova Science Publishers, Inc. – 2011. – P. 77–86.

6. Безмассовый предел в уравнении Штюкельберга. Декартовые координаты / О. А. Семенюк [и др.] // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 4, Фізіка. Матэматыка. – 2023. – № 1. – С. 45–52.

REFERENCES

1. Plietiukhov, V. A. Rieliativistskije volnovyje uravnienija b vnutriennije stiepieni svobody / V. A. Plietiukhov, V. M. RFied’kov, V. I. Strazhev. – Minsk : Bielarus. navuka, 2015. – 326 s.

2. Ogijevieckij, V. I. Notof i jego vozmozhnyje vzaimodiejstvija / V. I. Ogijevieckij, I. V. Polubarinov // JaF. – 1966. – T. 4, vyp. 1. – S. 216–223.

3. Kalb, M. Classical direct interesting / M. Kalb, P. Ramond, // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 9, nr 8. – P. 2273–2284.

4. Aurilia, A. Generalized Maxwell eguations and the gauge mixing mechanism of mass generation / A. Aurilia, Y. Takahashi // Progr. Theor. Phys. – 1981. – Vol. 66. – P. 693–712.

5. Pletyukhov, V. A. Kalb – Ramond field and Dirac – Kähler eguation / V. A. Pletyukhov, V. I. Strazhev // Einstein and Hilbert: Dark Matter. – Contemporary Fundamental Physics. – Valeri Dvoeglazov. – Series Editor. Nova Science Publishers, Inc. – 2011. – P. 77–86.

6. Biezmassovyj priediel v uravnienii Shtiukhiel’berga. Diekartovyje koordinaty / O. A. Siemieniuk [i dr.] // Viesn. Bresc. un-ta. Sier. 4, Fizika. Matematyka. – 2023. – № 1. – S. 45–52.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 25.09.2023