

УДК 524+539

В. С. Секержицкий¹, А. А. Свирена²¹канд. физ.-мат. наук, доц.,

доц. каф. общей и теоретической физики

Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина

²студент 3 курса физико-математического факультета

Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина

e-mail: svs@brsu.brest.by**СВЕРХПЛОТНЫЙ ВОДОРОД В АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ
И ПИКНОЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ СИНТЕЗА**

Проведен расчет вероятности пикноядерной реакции синтеза с использованием различных теоретических моделей холодного электронно-протонного вещества в отсутствие и при наличии сильного магнитного поля. Отмечена возможность существования протонов в веществе сверхплотной магнитной звезды в течение времени, достаточного для протекания реакций нейтронизации.

SEKERZHITSKY V. S., SVIREPA A. A.**SUPERDENSE HYDROGEN IN ASTROPHYSICAL OBJECTS
AND PICNONUCLEAR REACTIONS OF SYNTHESIS**

Calculation by probability picnonuclear reaction of synthesis from employment different theoretical models of cold electron-proton matter without and by availability strong magnetic field. Draw attention to possibility existence protons in matter of superdense magnetic star in time, when go on neutronization reactions.

Как известно, водород является основным «строительным материалом» большинства звезд, и его исследование имеет важное значение для астрофизики. Плотность звездного вещества в ряде случаев весьма значительна (на несколько порядков превышает плотность воды).

Согласно [43], при плотностях $\rho > 0,05 \text{ г/см}^3$ происходит полная ионизация водорода. При этом совокупность электронов представляет собой свободный ферми-газ, который в определенных диапазонах плотностей и температур можно считать крайне вырожденным и идеальным, а протоны (в зависимости от значений плотности и температуры) образуют либо некоторым образом упорядоченную структуру со свойствами твердого тела, либо также ферми-газ. В последнем случае речь идет об электронейтральной электронно-протонной плазме, для теоретического описания свойств которой наиболее часто применяется модель идеальных ферми-газов [1].

С повышением плотности электронно-протонного вещества возрастают кинетические энергии его компонентов, причем энергии электронов могут достигнуть релятивистских значений, и электронно-протонное вещество при этом становится нестабильным в отношении рождения нейтронов – начинается процесс нейтронизации вещества [1]. В модели упорядоченной структуры (решетки) вещества с повышением плотности уменьшаются равновесные расстояния между протонами, что ведет к росту вероятности их столкновений и синтеза, т. е. в веществе за счет туннельного эффекта протекают пикноядерные реакции, причем тем интенсивнее, чем больше плотность вещества [1].

В [2] было отмечено, что при плотностях, превышающих 10^5 г/см^3 , скорость вероятности пикноядерных реакций синтеза водорода (протонов) достаточна для того, чтобы водород астрофизического объекта полностью «выгорел» за время $\sim 10^8$ лет. На этом основании был сделан вывод о том, что при постепенном сжатии звезды водород превращается в другие элементы (гелий или более тяжелые) раньше, чем электроны приобретут релятивистские энергии и начнется нейтронизация.

Заметим, что работа [2] была опубликована в 1957 г., когда возможность быстрого коллапса массивной звезды, приводящего к вспышке Сверхновой и образованию пульсара, была еще детально не изучена. При катастрофически быстром сжатии плотности, превышающие 10^6 г/см³, достигаются сравнительно быстро и реакции нейтронизации, характерное время которых исчисляется минутами, должны происходить раньше, чем медленные подбарьерные пикноядерные реакции синтеза. Проведем обоснование последнего утверждения.

Для расчета скорости пикноядерной реакции рассмотрим простейшую модель. Предположим, что протон совершает колебания в узле решетки при условии «неподвижности» протонов в других узлах. Учитываем взаимодействие этого протона только с двумя соседними, расположенными на прямой, вдоль которой происходят колебания первого протона. Энергия такого взаимодействия дается выражением:

$$U(r) = \frac{e^2}{R_0 - r} + \frac{e^2}{R_0 + r} = \frac{2e^2 R_0}{R_0^2 - r^2}, \quad (1)$$

где e – заряд протона, r – смещение протона от положения равновесия, R_0 – равновесное расстояние между протонами:

$$R_0 = 2R = 2 \left(\frac{3m_p}{4\pi\rho} \right)^{1/3}, \quad (2)$$

ρ – плотность вещества, m_p – масса протона.

Начальная энергия протона

$$E = E_0 + \frac{2e^2}{R_0} = \frac{1}{2} \hbar \omega + \frac{2e^2}{R_0}, \quad (3)$$

где частота колебаний

$$\omega = \frac{2e}{m_p^{1/2} R_0^{3/2}}. \quad (4)$$

Известно, что кулоновское отталкивание ядер, препятствующее ядерной реакции, может преодолеваться за счет туннельного эффекта. Экспонента прохождения под потенциальный барьер

$$D = \exp \left(- \frac{2\sqrt{2m_p}}{\hbar} \int_a^{R_0-r_0} \sqrt{U(r) - E} dr \right), \quad (5)$$

где $r_0 = 2,4 \cdot 10^{-13}$ см – величина порядка суммы радиусов двух протонов (минимально возможное расстояние между протонами), a находится из условия $U(a) = E$.

Несколько сложнее (с учетом взаимных колебаний пары протонов) вычисляется подбарьерная экспонента в [1].

Согласно [2], плотность вероятности нахождения двух протонов в одной точке в отсутствие ядерного взаимодействия

$$|\Psi|^2 = DE_0 \left(\frac{m_p}{2} \right)^2 \frac{e^2}{\hbar^4}. \quad (6)$$

При $\rho = 7 \cdot 10^5 \text{ г/см}^3$ получаем $D = 6,5 \cdot 10^{-9}$, $|\Psi|^2 = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$; при $\rho = 2 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$ – $D = 1,4 \cdot 10^{-7}$, $|\Psi|^2 = 7,7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$; при $\rho = 6 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$ – $D = 4,3 \cdot 10^{-6}$, $|\Psi|^2 = 3,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$.
Скорость реакции

$$W = w|\Psi|^2, \quad (7)$$

где $w = 5 \cdot 10^{-40} \text{ см}^3/\text{с}$ [2].

Численные расчеты показывают, что зависимости скорости реакции от плотности вещества, вычисленные по приведенным выше формулам и по данным [2], довольно близки друг к другу, что говорит о правомерности применения предлагаемой упрощенной модели для таких оценок. Даже при плотностях, превышающих 10^8 г/см^3 , скорость вероятности пикноядерной реакции менее 10^{-8} с^{-1} , т. е. характерное время пикноядерной реакции много больше времени, необходимого для реакции нейтронизации.

В рассмотренной выше модели (как и в модели, используемой в [2]) не учитывается влияние электронов вещества на вероятность подбарьерного перехода протона. Попытка такого учета была сделана в [3]. При этом использовалась модель электронно-протонного вещества, предложенная в [4] для оценочных расчетов критериев устойчивости фазы твердого тела (решетки из протонов). Согласно этой модели среда разделена на нейтральные сферические ячейки, которые упакованы максимально плотно. Каждая ячейка состоит из электронного облака и ядра (протона), совершающего нулевые колебания относительно ее центра. Радиус R такой ячейки определяется из условия ее нейтральности. Энергия взаимодействия протона с электронным облаком своей ячейки

$$U(r) = -\frac{3e^2}{2R} + \frac{e^2}{2R^3} r^2, \quad (8)$$

где r – расстояние ядра от центра ячейки. Взаимодействием с другими ячейками можно пренебречь. Потенциал (8) осцилляторного типа, и частота колебаний протона

$$\omega = \frac{e}{m_p^{1/2} R^{3/2}} = \frac{e}{m_p} \sqrt{\frac{4}{3} \pi \rho}. \quad (9)$$

В формуле (8) предполагается, что заряд электронного облака распределен по ячейке равномерно. Строго говоря, это неверно, но отклонения от равномерного распределения незначительны [4].

Не повторяя здесь всех выкладок [3], остановимся на основных моментах этой работы. В [3] была сделана попытка вычислить вероятность перехода ядра из одной ячейки в фиксированную точку соседней ячейки и встречи в этой точке с соседним ядром. При этом полагалось, что электронные ячейки сохраняют первоначальную сферическую симметрию. Приближение, вообще говоря, нельзя считать корректным, поскольку электроны должны увлекаться движущимся ядром. Более корректной была бы модель одной эллипсоидальной ячейки с двумя ядрами, находящимися первоначально в фокусах эллипсоида. По мере сближения ядер такая ячейка изменяла бы эллипсоидальную форму на сферическую с двумя слившимися ядрами в центре. Однако нахождение волновых функций и вероятности в этом случае довольно затруднительно и пока не проделано. Поэтому ограничимся здесь рассмотрением результатов использования модели [3] (осознавая ее некорректность).

В [3] рассматривались разные ядра и, соответственно, разные ячейки (в нашем случае ядра – протоны, ячейки одинаковы) и было показано, что энергия взаимодействия первого ядра (в нашем случае протона), движущегося в соседнюю ячейку, с со-

седним ядром и электронами обеих ячеек может быть приближенно вычислена следующим образом:

$$U(r) = \begin{cases} -\frac{3e^2}{2R} + \frac{e^2}{2R^3} r^2, r < \frac{R}{\cos \theta}, \\ -\frac{3e^2}{2R} + \frac{e^2}{2R^3} \langle |\vec{r} - \vec{l}| \rangle^2 - \frac{e^2}{\langle r \rangle} - \frac{e^2}{s-r}, r \geq \frac{R}{\cos \theta}. \end{cases} \quad (10)$$

Здесь r – расстояние первого протона от центра своей ячейки, s – расстояние от центра первой ячейки до места встречи ядер (во второй ячейке), l – расстояние между центрами ячеек, θ – угол между направлением движения первого протона и прямой, проходящей через центры ячеек. При усреднении в [3] принималось $\langle r \rangle = R + R/2 = 3R/2$ и $\langle |\vec{r} - \vec{l}| \rangle = R/2$.

Вероятность прохождения протона в соседнюю ячейку внутри элементарного телесного угла, соответствующего плоскому углу θ , равна:

$$dW_1 = \frac{1}{2} \sin \theta \cdot d\theta \cdot \frac{\omega_1}{2\pi} \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m_p} I(s, \theta)\right), \quad (11)$$

где

$$I(s, \theta) = \exp \int_{r_1}^{s-r_0} \sqrt{U(r) - E_1} dr, \quad (12)$$

$$E_1 = \frac{3}{2} \hbar \omega_1 - \frac{3e^2}{2R_0} - \quad (13)$$

энергия основного состояния первого осциллятора, которая отсчитывается не со дна потенциальной ямы, а от нуля, r_1 – расстояние от центра первой ячейки до точки, где уровень энергии пересекает барьер (находится из условия $U(r_1) = E_1$), $r_0 = 2,4 \cdot 10^{-13}$ см.

Вероятность попадания второго протона в элемент объема в окрестностях точки встречи с первым протоном:

$$dW_2 = \frac{1}{a_2^3 \pi^{3/3}} \exp\left(-\frac{r'^2}{a_2^2}\right) r'^2 dr' \sin \alpha \cdot d\alpha, \quad (14)$$

где r' – смещение второго протона от центра своей ячейки, $a_2 = \sqrt{\frac{3\hbar}{m_p \omega_2}}$ – амплитуда

колебаний второго осциллятора, ω_2 – его частота, α – угол между направлением движения второго протона и прямой, проходящей через центры ячеек.

Тогда для вероятности встречи двух ядер в произвольной точке второй ячейки можно записать:

$$W = n \int dW_1 dW_2 = \frac{n \omega_1}{4\pi^{5/2} a_2^3} \int \exp\left(-\frac{r'^2}{a_2^2} - \frac{2}{\hbar} \sqrt{2m_p} I(s, \theta)\right) \times$$

$$\times \delta \left(\theta - \frac{r' \sin \alpha}{\sqrt{l^2 + r'^2 + 2lr' \cos \alpha}} \right) r'^2 dr' \sin \alpha \sin \theta \cdot d\alpha \cdot d\theta. \quad (15)$$

δ -функция введена для того, чтобы α и θ можно было считать независимыми, n – число ячеек, соседних с первой при их максимально плотной упаковке. Умножая W на вероятность слияния ядер при столкновении (величина, близкая к единице), получим искомую скорость вероятности пикноядерной реакции синтеза.

Интегрируя в (15) по θ , находим:

$$W = \frac{n\omega_1}{4\pi^{5/2}a_2^3} \int \exp \left(-\frac{r'^2}{a_2^2} - \frac{2}{\hbar} \sqrt{2m_p} I(s, \theta_0) \right) \frac{r'^3 dr' \sin \alpha \cdot d\alpha}{\sqrt{l^2 + r'^2 + 2lr' \cos \alpha}}, \quad (16)$$

где

$$\theta_0 = \arcsin \frac{r' \sin \alpha}{\sqrt{l^2 + r'^2 + 2lr' \cos \alpha}}. \quad (17)$$

При численных расчетах в данной работе мы использовали приближения [3] ($\alpha = 0$, $r' = 0$, $\theta_0 = 0$, $s = l$). Расчетная формула скорости вероятности пикноядерной реакции синтеза имеет вид, аналогичный приведенной в [3]:

$$W = \frac{n\omega_1 a_2}{16\pi^{3/2}} \int \exp \left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m_p} I(l, 0) \right). \quad (18)$$

Заметим, что в [3] интеграл $I(s, \theta_0)$ представлен в алгебраическом виде, однако прямая подстановка разумных численных значений в соответствующую формулу [3] приводит к физически бессмысленным результатам. Поэтому, в отличие от [3], интеграл $I(s, \theta_0) \approx I(l, 0)$ мы брали численно.

Как показывают расчеты, скорость вероятности реакции достигает величины 1 с^{-1} при плотности вещества $\rho < 10^6 \text{ г/см}^3$, т. е. меньшей, чем необходимо для нейтронизации электронно-протонного вещества. Однако следует учесть, что модель [3] – это также предельный случай, учитывающий максимальное взаимодействие протонов с электронами (в альтернативной модели [2] и приведенной в выше упрощенной модели взаимодействие протонов с электронами не учитывается вовсе). Имеются все основания полагать, что в рамках модели, более корректно отражающей реальную физическую ситуацию в сверхплотном водороде, будет иметь место промежуточный результат: при плотностях $\sim (10^6 \div 10^8) \text{ г/см}^3$ протоны могут существовать некоторое время (очевидно, меньшее, чем дают оценки [2], но достаточное для того, чтобы релятивистские электроны обеспечили протекание реакций нейтронизации).

Рассмотрим некоторые особенности влияния сильных магнитных полей на пикноядерные реакции синтеза. В рамках модели [2] и [5] была проведена оценка скорости пикноядерной реакции синтеза в холодном плотном водороде в присутствии магнитного поля с индукцией $\sim (10^{13} - 10^{14}) \text{ Гс}$. При этом не учитывалось изменение потенциальной энергии колеблющегося в узле кристаллической решетки ядра магнитным полем, вследствие чего результаты [5] соответствуют лишь частному случаю движения ядер вдоль магнитных силовых линий. В [6; 7] была проведена предварительная оценка вероятности столкновения двух ядер в плотном замагниченном водороде с учетом их взаимодействия с постоянным и однородным магнитным полем. Мы уточним и дополним результаты [6; 7], используя описанную выше упрощенную модель.

Если индукция магнитного поля превышает 10^{13} Гс, а плотность вещества $\rho \sim (10^4 - 10^6)$ г/см³, то энергия взаимодействия частицы с магнитным полем определяется, в основном, выражением, квадратичным по полю. Тогда потенциальная энергия протона, колеблющегося относительно узла кристаллической решетки замагниченного вещества, равна

$$U(r) = \frac{2e^2 R_0}{R_0^2 - r^2} + \frac{e^2 B^2}{8m_p c^2} r^2 \sin^2 \varphi, \quad (19)$$

где \vec{r} – радиус-вектор частицы с массой m_p и зарядом e , R_0 – равновесное расстояние между ядрами, φ – угол между направлениями движения ядра и вектора индукции магнитного поля \vec{B} . В (19), как и в [6; 7], учитывается электростатическое взаимодействие данного протона с соседними и предполагается экранировка более далеких ядер. Начальная энергия протона в этом случае

$$E = E_0 + \frac{2e^2}{R_0} = \frac{\hbar}{3} \left(\sqrt{\omega_B^2 + \omega_0^2} + \frac{1}{2} \omega_0 \right) + \frac{2e^2}{R_0}, \quad (20)$$

где ω_0 – частота нулевых колебаний (см. (4)), $\omega_B = eB/(2m_p c)$ – гиромагнитная частота.

Экспонента прохождения под потенциальный барьер, плотность вероятности нахождения двух протонов в одной точке и скорость реакции даются выражениями (5), (6) и (7) соответственно.

При $\varphi = 0$ с увеличением B скорость вероятности реакции возрастает. Этот результат хорошо согласуется с выводами работы [6]. При $\varphi \neq 0$ с ростом B величина W , как показывают расчеты, сначала несколько возрастает (тем меньше, чем больше φ), а затем убывает. Зависимость W от угла φ при фиксированном значении B достаточно ярко выражена.

Таким образом, в сверхсильных магнитных полях при $\varphi \neq 0$ скорость вероятности столкновения и синтеза двух ядер холодного водорода может существенно (на несколько порядков) уменьшаться. Очевидно, аналогичная ситуация имеет место и для других легких ядер холодного сверхплотного вещества (при соответствующих значениях B и ρ). Этот вывод качественно совпадает с результатами [8], полученными в рамках весьма грубой модели потенциального барьера [3].

Отметим, что процессы «замораживания» сверхсильным магнитным полем реакций нейтронизации и смещения порога нейтронизации в сторону более высоких плотностей (см., например, [7]) менее интенсивны, чем отмеченное здесь уменьшение скорости вероятности синтеза ядер. Поэтому сделанный выше вывод о возможности существования протонов в течение времени, достаточного для протекания реакций нейтронизации, справедлив и для сильно замагниченного вещества.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саакян, Г. С. Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс / Г. С. Саакян. – М. : Наука, 1972. – 344 с.
2. Зельдович, Я. Б. О ядерных реакциях в сверхплотном холодном водороде / Я. Б. Зельдович // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1957. – Т. 33, № 4 (10). – С. 991–993.
3. Чубарян, Э. В. Некоторые свойства вещества при плотностях ниже ядерной / Э. В. Чубарян // Докл. АН Арм. ССР. – 1964. – Т. 38, № 1. – С. 17–21.

-
4. Киржниц, Д. А. О внутреннем строении сверхплотных звезд / Д. А. Киржниц // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1960. – Т. 38, № 2. – С. 503–508.
 5. Шульман, Г. А. О ядерных реакциях в сверхплотном замагниченном холодном водороде / Г. А. Шульман // Изв. вузов. Физика. – 1976. – № 12. – С. 66–70.
 6. Секержицкий, В. С. К расчету вероятности пикноядерной реакции в замагниченном водороде / В. С. Секержицкий, С. С. Секержицкий, Г. А. Шульман // Изв. вузов. Физика. – 1982. – № 9. – С. 109–110.
 7. Секержицкий, В. С. Сверхплотное вещество в магнитном поле / В. С. Секержицкий. – Брест : БрГУ им. А. С. Пушкина, 2002. – 180 с.
 8. Секержицкий, В. С. О ядерных реакциях в плотном холодном замагниченном веществе / В. С. Секержицкий, Г. А. Шульман // Изв. вузов. Физика. – 1980. – № 3. – С. 22–27.

Рукапіс наступіў у рэдакцыю 14.02.2020