

УДК 539.1.01

Ю.П. Выблѣй¹, А.А. Леонович²

¹канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Института физики НАН Беларуси

²канд. физ.-мат. наук., доц. каф. физики

Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники

СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ МИНКОВСКОГО

Рассмотрено обобщение безмассовой тензорной теории гравитации в пространстве Минковского на случай скалярно-тензорного взаимодействия. Показано, что взаимодействие гравитационного и нелинейного скалярного полей может привести к возникновению эффективной массы гравитона. Статистическое сферически-симметричное скалярное поле рассмотрено в ньютоновском приближении.

Как сейчас хорошо известно, основную часть материи во Вселенной составляют темная материя, обнаруженная, в частности, в спиральных галактиках, и темная энергия, которая обуславливает наблюдаемое ускорение космологического расширения [1–3]. Одним из возможных подходов к теоретическому описанию этих наблюдений является введение в рассмотрение действительного скалярного поля. В связи с этим возродился интерес к скалярно-тензорной теории гравитации Бранса – Дикке и ее обобщениям [4]. В этом подходе скалярное поле может описывать как темную энергию, так и, в случае взаимодействия с обычной материей, темную материю [4].

В настоящей работе рассмотрено минимально возможное скалярно-тензорное обобщение тензорной теории гравитации в пространстве Минковского – релятивистской теории гравитации (РТГ) [5]. В ней гравитация описывается нелинейным тензорным полем в плоском пространстве, при этом в теории возникает эффективная риманова метрика, обусловленная требованием калибровочной инвариантности относительно группы вариаций Ли динамических переменных, входящих в лагранжиан. Уравнениями безмассового гравитационного поля являются уравнения Эйнштейна для этой эффективной метрики. Для устранения калибровочного произвола в полевых уравнениях и тем самым однозначного выбора системы координат в пространстве Минковского необходимо нарушить калибровочную инвариантность. В РТГ это достигается путем введения массы гравитона, что явным образом нарушает калибровочную инвариантность теории. Уравнения Эйнштейна в силу тождеств Бианки являются недоопределенной системой и должны быть дополнены добавочными уравнениями ограничения тензорного поля по спиновым состояниям $D_i \tilde{g}^{ik} = 0$, где D_i – ковариантная производная в пространстве Минковского. Эти условия играют важную роль в РТГ, исключая калибровочный произвол эйнштейновских уравнений, и в декартовых координатах совпадают с условиями гармоничности Фока. В частности, космологическая метрика Фридмана – Робертсона – Уолкера, удовлетворяющая этим уравнениям, должна быть пространственно плоской в соответствии с современными наблюдательными данными.

Требование калибровочной инвариантности допускает обобщение эффективной метрики в виде

$$\tilde{f}^{ik} = f(\phi) \tilde{g}^{ik}, \quad (1)$$

где $f(\phi)$ – некоторая функция скалярного поля ϕ , $\tilde{g}^{ik} = \sqrt{(-\gamma)}(\gamma^{ik} + q\psi^{ik})$ – эффективная метрика в РТГ, образованная метрикой Минковского γ^{ik} в произвольной системе

координат и тензорным гравитационным потенциалом ψ^{ik} ; $g = \det g_{ik}$, $\gamma = \det \gamma_{ik}$, q – константа гравитационного взаимодействия.

В пространстве Минковского наиболее общий лагранжиан, приводящий к линейным уравнениям скалярного поля можно записать в виде

$$L_0^\phi = \left(\frac{1}{2} \phi_{,i} \phi_{,k} \gamma^{ik} - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + a\phi - b \right) \sqrt{-\gamma}. \quad (2)$$

где m , a , b – константы. Калибровочно-инвариантный лагранжиан взаимодействующих скалярного и тензорного полей может быть получен заменой в (2) метрики Минковского на метрику f^{ik} и добавлением лагранжиана РТГ для поля ψ^{ik}

$$L = L^G + L^\phi = \left[-\frac{1}{16\pi q^2} (R - \text{div}) + \frac{1}{2} f \phi_{,i} \phi_{,k} g^{ik} - \frac{1}{2} f^2 m^2 \phi^2 + a f^2 \phi - b f^2 \right] \sqrt{-g}, \quad (3)$$

где R – скалярная кривизна для метрики g_{ik} , скорость света здесь полагаем равной единице. В присутствии материи к (3) нужно добавить лагранжиан материи $L^M(Q_A, f^{ik})$, Q_A – динамические переменные материи. Лагранжиан скалярного поля имеет потенциал V

$$V(\phi) = -\frac{c}{\phi} + \frac{d}{\phi^2}, \quad (4)$$

где $c = a/4k^2$, $d = b/4k^2$. В предположении минимальности взаимодействия тензорного и скалярного полей с материей уравнение скалярного поля запишется в виде

$$\frac{\delta L^\phi}{\delta \phi} = -\frac{1}{2} \sqrt{-g} \frac{f_{, \phi}}{f} T^M, \quad (5)$$

где $T^M = T_{ik}^M g^{ik}$ – след тензора энергии-импульса материи в пространстве с метрикой g^{ik} . Выберем функцию f в виде

$$f(\phi) = (2k\phi)^{-1}, \quad (6)$$

где k – новая константа скалярного взаимодействия и где предполагается, что поле ϕ всегда положительно. Из лагранжиана (3) следуют уравнения для тензорного и скалярного поля

$$G_{ik} = 8\pi q^2 [T_{ik}^M(Q_A, \phi, g^{mn}) + T_{ik}^\phi(\phi, g^{mn})], \quad (7)$$

$$g^{ik} D_i D_k \phi - \frac{D_i \phi D^i \phi}{2\phi} - \frac{\partial V / \partial \phi}{\phi} = -k T^M(Q_A, \phi, g^{mn}). \quad (8)$$

Таким образом, при выборе функции $f(\phi)$ в виде (6) источником нелинейного скалярного поля является след тензора энергии-импульса материи. Вследствие этого скалярное поле не будет взаимодействовать с электромагнитным, что позволяет рассматривать его как кандидата на роль темной материи.

Скалярный потенциал (4) имеет минимум $V(\phi_0)$, равный $3c^2/4d$ при $\phi_0 = 2d/c$. Будем полагать, метрика f^{ik} совпадает с метрикой g^{ik} в вакуумном состоянии с минимумом потенциала, тогда $\phi_0 = 1/2k$, при этом полевые уравнения, соответствующие ла-

гранжиану (3), являются уравнениями Эйнштейна с Λ -членом. В зависимости от знака коэффициента d он может быть положительным и, следовательно, описывать в вакуумном состоянии скалярного поля ускоренное космологическое расширение либо отрицательным. В этом случае уравнения Эйнштейна описывают массивное гравитационное поле с массой гравитона, равной $qc\sqrt{12\pi/d}$, источником которого наряду с тензором энергии-импульса материи является тензор энергии-импульса вакуумного состояния скалярного поля.

Полевые уравнения (7) – (8) могут быть использованы для получения космологических решений, в которых скалярное поле играет роль темной энергии, поскольку потенциал (4) может обеспечить отрицательное давление в эффективном уравнении состояния скалярного поля.

В отличие от уравнений Эйнштейна с Λ -членом (Λ CDM-модель [6]), из которых следует, что космологическое расширение будет всегда носить ускоренный характер, в данном подходе при стремлении скалярного поля к отрицательному минимуму потенциала ускорение сменится замедлением. Аналогичный вариант скалярно-тензорной теории, в котором источником скалярного поля является след тензоров энергии-импульса как материи, так и самого скалярного поля, был рассмотрен в [7].

Рассмотрим слабое сферически-симметричное статическое гравитационное поле. Положим $\phi = \phi_0 + \varphi$ и будем пренебрегать в данном случае потенциалом $V(\phi)$. В ньютоновском приближении свободные уравнения для тензорного и скалярного полей становятся независимыми и уравнение скалярного поля принимает вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{k}{(1+2k\varphi)} \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 = 0. \quad (9)$$

Решением уравнения (9) является функция

$$\varphi = \frac{1}{2k} \left[\left(B - \frac{A}{r} \right)^2 - 1 \right], \quad (10)$$

где A и B – постоянные интегрирования. Из условия исчезновения скалярного поля на бесконечности следует, что $B=1$, а константа A должна определяться из сшивки с соответствующим внутренним решением. Движение пробной частицы должно определяться действием

$$S^M = -mc \int ds, \quad (11)$$

где $ds^2 = f_{ik} dx^i dx^k$. Соответствующие уравнения движения принимают форму

$$\frac{Du^i}{ds} = - \frac{k}{1+2k\varphi} (u^i u^k - g^{ik}) \varphi_{,k}, \quad (12)$$

где $u^i = dx^i/ds$ – 4-скорость, а символ D означает здесь ковариантный дифференциал в пространстве с метрикой g_{ik} . В ньютоновском приближении, когда сохраняется только компонента g_{00} , поле φ мало и трехмерными скоростями можно пренебречь, получим

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - \frac{GM}{r^2} - k c_0^2 \frac{d\varphi}{dr} = a^N + a^\varphi, \quad (13)$$

где G – ньютоновская гравитационная постоянная, c_0 – скорость света. Используя (12), найдем

$$a^\varphi = c_0^2 \left(-\frac{A}{r^2} + \frac{A^2}{r^3} \right). \quad (14)$$

Ускорение a^φ обращается в ноль при $r = A$, имеет минимальную отрицательную величину $r_0 = \frac{3}{2}A$ и должно играть роль на малых расстояниях от источника гравитационного поля.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Klapdor-Kleingrothaus, H. V. Teilchenastrophysik / H. V. Klapdor-Kleingrothaus, K. Zuber, B.G. Teubner. – Stuttgart, 1997. – 364 p.
2. Peeble, P. J. E. Cosmological constant and dark energy / P. J. E. Peeble, B. Rathra // Rev. Mod. Phys. – 2003. – Vol. 75. – P. 559–606.
3. Copeland, E. J. Dynamics of dark energy / E. J. Copeland [et al.] // J. Mod. Phys. D. – 2006. – Vol. 15. – P. 1753–1956.
4. Matos, T. Spherical scalar field halo in a galaxy / T. Matos [et al.] // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol. 62. – P. 061301.
5. Logunov, A. A. The Theory of Gravity / A. A. Logunov. – Nova Scifnce Publ. – New York, 1998. – 319 p.
6. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. – М. : ЛЕНАНД, 2016. – 616 с.
7. Dudko, I. Scalar field with the source in the form of the stress – energy tensor as the dark energy model / I. Dudko, Yu. Vybylyi // Gravitation and Cosmology. – 2016. – Vol. 22, № 4. – P. 368–373.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 17.10.2016

Vyblyi Yu.P., Leonovich A.A. Scalar-Tensor Theory of Gravity in Minkowski Space

The generalization of relativistic theory of gravity for the case of scalar-tensor interaction is considered. The possibility of introducing the effective graviton mass for interacting gravitational and nonlinear scalar fields is shown. In the Newtonian approximation the static spherically-symmetrical scalar field is considered.