

УДК 524.3+535.3+537.6+539.171

А.И. Серый**О НЕКОТОРЫХ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ЭФФЕКТАХ
В АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ**

Рассмотрен вопрос о ферромагнетизме электронно-нуклонного вещества в вырожденном и невырожденном состоянии с учетом межнуклонной ядерной (в контактном приближении), а также протонной обменной и корреляционной кулоновской энергии. Рассмотрены конечные значения спиновой поляризации нуклонов с учетом энергии магнитного поля. Сделано уточнение выражения для угла комптоновского вращения плоскости поляризации фотонов в магнитном поле в поляризованной по спину среде.

Введение. Постановка задачи

В работе продолжены исследования, начатые в [1, с. 30–37; 2, с. 50–58; 3, с. 48–60] с целью объяснить происхождение магнитных полей вследствие спиновой поляризации нуклонов в астрофизике, а также исследования, начатые в [4, с. 43–48; 5, с. 30–36] с целью получения формулы для угла комптоновского вращения плоскости поляризации фотона. Объект исследований – поляризованные по спину в магнитном поле электронный газ, электронно-протонная (ер-) и электронно-нуклонная (енр-) системы при взрывах Сверхновых II типа и в оболочках белых карликов классов DA [6, с. 185] в приближениях крайнего вырождения и невырождения, а также плоскополяризованный фотон. Цель работы – дополнение и уточнение полученных ранее результатов.

Уточнение вывода критерия Стонера через флуктуации энергии

Критерий Стонера для 1-компонентного Ферми-газа имеет вид [7, с. 199]:

$$\nu_0 g > 1. \quad (1)$$

Обоснуем (1) через флуктуации энергии в зависимости от флуктуаций спиновой плотности. Рассмотрим Ферми-газ с контактным взаимодействием, выражаемым константой g , в основном состоянии без магнитного поля и в слабополяризованном состоянии в магнитном поле δB . Совместный учёт изменения плотности полной энергии без взаимодействия (δw_0) и плотности энергии взаимодействия (δw_{int}) вместе с энергией в магнитном поле (δw_B) даёт [7, с. 199; 8, с. 692]:

$$\begin{aligned} \delta w &= \delta w_0 + \delta w_{int} + \delta w_B = ((\delta n_{\uparrow})^2 + (\delta n_{\downarrow})^2)(2\nu_0)^{-1} + g\delta n_{\uparrow}\delta n_{\downarrow} - (\delta n_{\uparrow} - \delta n_{\downarrow})\mu\delta B = \\ &= (\delta n_{\uparrow} - \delta n_{\downarrow})^2(1 - \nu_0 g)(4\nu_0)^{-1} - (\delta n_{\uparrow} - \delta n_{\downarrow})\mu\delta B. \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) $\delta n_{\uparrow}, \delta n_{\downarrow}$ – отклонения концентрации от равновесной для частиц со спинами, ориентированными по направлению и против направления магнитного поля $\vec{\delta B}$. Если собственный магнитный момент частиц $\mu > 0$, то спины сонаправлены с собственными магнитными моментами, $\delta n_{\uparrow} > \delta n_{\downarrow}$, и тогда $\delta w_B < 0$, т.к. δB в (2) берется по абсолютной величине; при $\mu < 0$ спины направлены противоположно собственным магнитным моментам, $\delta n_{\uparrow} < \delta n_{\downarrow}$, но $\mu\delta n_{\uparrow} > \mu\delta n_{\downarrow}$, и тогда все равно $\delta w_B < 0$. Т.о., при выполнении (1) появление ненулевого магнитного момента энергетически выгодно при сколь угодно малом δB , т.к. должно быть $\delta w < 0$ (1-е слагаемое в конечном выражении

в (2) отрицательно в силу (1)). Т.е. при выводе критерия Стонера через флуктуации плотности энергии слагаемое δw_B (и вообще наличие магнитного поля) можно не учитывать. Отсутствие слагаемых $g(\delta n_{\uparrow})^2$, $g(\delta n_{\downarrow})^2$ обусловлено принципом Паули.

Рассмотрим смещение плотности энергии np -смеси по аналогии с (2). С учетом сохранения общего числа частиц для нейтронов (n) и протонов (p) имеем:

$$\delta n_{i\uparrow} = -\delta n_{i\downarrow}, \quad i = n, p. \quad (3)$$

Для плотности энергии без учета взаимодействий с учетом (2), (3) получаем:

$$\delta w_0 = \delta w_{0n} + \delta w_{0p} = \sum_{i=n,p} ((\delta n_{i\uparrow})^2 + (\delta n_{i\downarrow})^2) (2\nu_{0i})^{-1} = \sum_{i=n,p} (\delta n_{i\uparrow} - \delta n_{i\downarrow})^2 (4\nu_{0i})^{-1}. \quad (4)$$

Изменение плотности энергии ядерного взаимодействия выглядит аналогично δw_{int} в (2) как для протонов, так и для нейтронов, а также появляется «интерференционное» слагаемое δw_{int}^{np} (константы контактного ядерного взаимодействия для разных сортов нуклонов и взаимной ориентации их спинов см. в [1, с. 31]):

$$\begin{aligned} \delta w_{int} &= \delta w_{int}^p + \delta w_{int}^n + \delta w_{int}^{np} = \sum_{i=n,p} g_{ii} \delta n_{i\uparrow} \delta n_{i\downarrow} + g_{np}^{\uparrow\uparrow} (\delta n_{n\uparrow} \delta n_{p\uparrow} + \delta n_{n\downarrow} \delta n_{p\downarrow}) + \\ &+ g_{np}^{\uparrow\downarrow} (\delta n_{n\uparrow} \delta n_{p\downarrow} + \delta n_{n\downarrow} \delta n_{p\uparrow}) = -\frac{1}{4} \sum_{i=n,p} g_{ii} (\delta n_{i\uparrow} - \delta n_{i\downarrow})^2 - \frac{1}{2} \tilde{g} \prod_{i=n,p} (\delta n_{i\uparrow} - \delta n_{i\downarrow}). \end{aligned} \quad (5)$$

Учитывать слагаемое δw_B не обязательно, т.к. оно все равно отрицательно (рассуждения аналогичны приведенным после (2)):

$$\delta w_B = \sum_{i=n,p} \gamma_i \mu_{\gamma} (\delta n_{i\uparrow} - \delta n_{i\downarrow}) \delta B < 0, \quad \gamma_p = 2.79, \quad \gamma_n = -1.91. \quad (6)$$

При $\delta B = 0$ соотношение между концентрациями нуклонов различных сортов имеет вид [1, с. 33] (ν_{0i} – плотность числа состояний на уровне Ферми):

$$\delta n_{i\uparrow} = \nu_{0i} \tilde{g} \delta n_{j\uparrow} \lambda_i^{-1}, \quad \lambda_i = 1 - \nu_{0i} g_{ii}, \quad i = n, p; \quad j \neq i. \quad (7)$$

Используя (7), можно выразить, например, $\delta n_{n\uparrow}$ через $\delta n_{p\uparrow}$ и подставить в (4) и (5). Тогда окончательно получаем:

$$\delta w = \delta w_0 + \delta w_{int} = (\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow})^2 \left(\frac{1}{4\nu_{0p}} - \frac{g_{pp}}{4} + \frac{\nu_{0n} \tilde{g}^2}{4\lambda_n^2} - \frac{g_{nn} \nu_{0n}^2 \tilde{g}^2}{4\lambda_n^2} - \frac{\nu_{0n} \tilde{g}^2}{2\lambda_n} \right). \quad (8)$$

После некоторых преобразований получаем:

$$\delta w = (\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow})^2 (\lambda_p \lambda_n - \nu_{0p} \nu_{0n} \tilde{g}^2) (4\nu_{0n} \nu_{0p} \lambda_n^2)^{-1}. \quad (9)$$

Условие $\delta w \leq 0$ приводит к результату, совпадающему с [1, с. 33]:

$$\lambda_p \lambda_n - \nu_{0p} \nu_{0n} \tilde{g}^2 \leq 0. \quad (10)$$

Если из (7) выразить, наоборот, $\delta n_{p\uparrow}$ через $\delta n_{n\uparrow}$, то результат не изменится.

Энергия, связанная с магнитным полем, при спиновой поляризации

Индукция магнитного поля при спонтанной намагниченности [9, с. 316, 327]:

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi)\vec{H} = (\chi^{-1} + 4\pi)\vec{I} \xrightarrow{\chi \rightarrow \infty} 4\pi\vec{I} = 4\pi\vec{k}_0\mu_Y \sum_{i=n,p} n_i p_{0i} \gamma_i. \quad (11)$$

Здесь p_{0i} – степень спиновой поляризации нуклонов заданного сорта, $\vec{k}_0$ – единичный вектор, μ_Y – ядерный магнетон. Предполагается, что для электронов (1) не выполняется. Тогда плотность энергии магнитного поля с учетом (11) равна

$$w_{0B} = \frac{B^2}{8\pi} = 2\pi\mu_Y^2 (n_p p_{0p} \gamma_p + n_n p_{0n} \gamma_n)^2. \quad (12)$$

А плотность энергии собственных магнитных моментов нуклонов заданного сорта в поляризационном магнитном поле равна

$$w_{iB} = -\gamma_i \mu_Y B n_i p_{0i}. \quad (13)$$

С учетом (11) – (13) полная энергия, связанная с поляризационным магнитным полем нуклонов, равна:

$$w_B = w_{0B} + w_{pB} + w_{nB} = -2\pi\mu_Y^2 (n_p p_{0p} \gamma_p + n_n p_{0n} \gamma_n)^2. \quad (14)$$

Поправка к энергии отдельно взятого нуклона в магнитном поле с учетом (11) имеет вид (стрелки соответствуют направлениям спинов)

$$\Delta E_{B(i)}^{\uparrow\downarrow} = \mp \gamma_i \mu_Y B = \mp 4\pi\gamma_i \mu_Y^2 \sum_{j=n,p} n_j p_{0j} \gamma_j. \quad (15)$$

Учет энергии магнитного поля в пределе крайнего вырождения

Рассмотрим вырожденную электронно-нуклонную плазму. Согласно [3, с. 55, 56], запишем выражение для плотности энергии с учетом ядерной, а также обменной и корреляционной энергии нуклонов, а также плотности энергии (14), связанной с магнитным полем:

$$\begin{aligned} w_{deg}^{np}(p_{0p}, p_{0n}) = & \sum_{i=p,n} w_i + g_{np}^{\uparrow\uparrow} (n_{p+} n_{n+} + n_{p-} n_{n-}) + g_{np}^{\uparrow\downarrow} (n_{p+} n_{n-} + n_{p-} n_{n+}) - \\ & - \frac{e^2 (6\pi^2)^{4/3}}{8\pi^3} (n_{p+}^{4/3} + n_{p-}^{4/3}) - \frac{w_0}{2} (F(X_+) + F(X_-)) + w_B, \quad n_{i\pm} = \frac{n_i}{2} (1 \pm p_{0i}), \\ w_i = & \frac{3(6\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{10m_i} (n_{i+}^{5/3} + n_{i-}^{5/3}) + g_{ii} n_{i+} n_{i-}, \quad w_0 = \frac{3m_p c^2 n_p \alpha^2}{\pi^3}, \quad X_{\pm} = \frac{\pi \hbar (6\pi^2 n_{p\pm})^{1/3}}{4m_p c \alpha}, \end{aligned}$$

$$F(X) = \int_0^{+\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{X}{P(s)} \right) + \frac{X}{P(s)} - \frac{X^2}{P^2(s)} \ln \left(1 + \frac{P(s)}{X} \right) \right) P^2(s) ds, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}. \quad (16)$$

Также учтем равенство химических потенциалов нуклонов с противоположными проекциями спина (T_{3i} – проекция изоспина нуклонов, $i = n, p$). В отличие от [3, с. 56], учтем также (15):

$$\begin{aligned} E_{Fi}^{\uparrow} = E_{Fi}^{\downarrow}; E_{Fi}^{\uparrow, \downarrow} &= \frac{(6\pi^2 n_{i\pm})^{2/3} \hbar^2}{2m_i} + g_{ii} n_{i\mp} + g_{np}^{\uparrow\uparrow} n_{j\pm} + g_{np}^{\uparrow\downarrow} n_{j\mp} + \left(\frac{1}{2} + T_{3i} \right) \Lambda_{\pm} + \Delta E_{B(i)}^{\uparrow, \downarrow}, \\ T_{3j} &= -T_{3i}; \Lambda_{\pm} = -\frac{w_0}{2n_p} \sum_{i=+, -} F(X_i) - \frac{w_0 X_{\pm}}{3n_{p\pm}} \left(\int_0^{+\infty} P(s) ds - X_{\pm} \int_0^{+\infty} \ln \left(1 + \frac{P(s)}{X_{\pm}} \right) ds \right) - \\ &- \frac{e^2}{\pi} (6\pi^2 n_{p\pm})^{1/3}. \end{aligned} \quad (17)$$

При $p_{0i} = 1$ вместо (17) используется неравенство:

$$E_{Fi}^{\uparrow} \leq E_{Fi}^{\downarrow}, \quad i = n, p. \quad (17a)$$

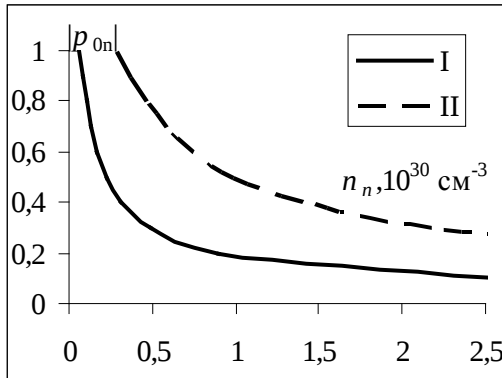


Рисунок 1 – Значение p_{0n} , соответствующее $E_{Fi}^{\uparrow} = E_{Fi}^{\downarrow}$ ($i = n, p$) в зависимости от n_n при заданном n_p .

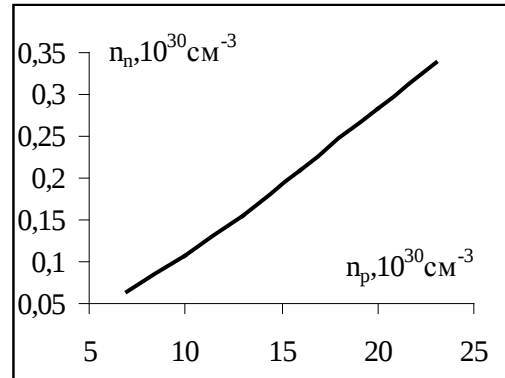


Рисунок 2 – Зависимость максимального значения n_n , при котором ещё $p_{0n} = -1$, от n_p

Не рассматривая вопрос о бета-равновесии, получаем зависимость плотности энергии в (16) не от 4, а от 2 аргументов, т.к. на остальные 2 наложены связи в (17). Хотя (17) всегда имеет решение в отсутствие спиновой поляризации, нужно найти поляризованное решение, и чтобы при этом плотность энергии в (16) была меньше по сравнению с неполяризованным состоянием при заданных n_n, n_p . При $n_n = 0$ плотность энергии в (16) зависит от 1 аргумента, т.к. на 2-й наложена связь в (17).

Численные результаты при $n_n = 0$ практически не отличаются от полученных в [3, с. 56], влияние (14) и (15) мало, при $p_{0p} \sim 0.9$ и $n_p \sim 10^{30} \text{ см}^{-3}$ имеем $B \sim 10^9 \text{ Гс}$. Численные данные при $n_n \neq 0$ представлены в таблице 1, а также на рисунке 1 для случаев:

I. $n_p = 7 \cdot 10^{30} \text{ см}^{-3}$, $p_{0p} \approx 0.945$; II. $n_p = 2 \cdot 10^{31} \text{ см}^{-3}$, $p_{0p} \approx 0.903$. При этом всегда $p_{0n} < 0$, а плотность полной энергии ниже, чем при $p_{0p} = p_{0n} = 0$ и тех же значениях n_p, n_n . На рисунке 2 представлена зависимость максимальной концентрации нейтронов, при которой их поляризация ещё полная, от n_p .

Таблица 1 – Значения равновесной степени поляризации и индукции магнитного поля при различных фиксированных значениях концентраций

p_{0n}	$n_p = 7 \cdot 10^{30} \text{ см}^{-3}$			$n_p = 2 \cdot 10^{31} \text{ см}^{-3}$		
	$n_n, 10^{32} \text{ см}^{-3}$	p_{0p}	$B, 10^9 \text{ Гс}$	$n_n, 10^{32} \text{ см}^{-3}$	p_{0p}	$B, 10^9 \text{ Гс}$
-0,01	0,746	0,945	2,08	3,185	0,906	3,60
-0,001	19,63	0,945	3,56	77,64	0,912	4,17
-0,0001	420,84	0,945	5,23	1477,9	0,919	5,05

Учет энергии магнитного поля в пределе крайнего невырождения

Рассмотрим плотность энергии невырожденной электронно-нуклонной системы при конечной поляризации согласно [3, с. 49, 50, 57] и с учетом (14):

$$\begin{aligned}
 w_{non\ deg}^{np}(p_{0p}, p_{0n}) &= \sum_{i=p,n} w_i^T + g_{np}^{T\uparrow\uparrow} (n_{p+} n_{n+} + n_{p-} n_{n-}) + g_{np}^{T\uparrow\downarrow} (n_{p+} n_{n-} + n_{p-} n_{n+}) + w_B + \\
 &+ w_{exch}^T + w_{corr}^T; w_i^T = \frac{3\pi^{3/2} (m_i kT)^{5/2}}{2m_i (2\pi\hbar)^3} \sum_{j=+,-} (4y_{ij} - y_{ij}^2) + w_{Ni}^T, w_{Np}^T = g_{pp}^T n_{p+} n_{p-}, \\
 w_{corr}^T &= -\frac{kT}{8\pi} \left(4\pi e^2 \sum_{j=+,-} \frac{\partial n_{pj}}{\partial \mu_{0pj}} \right)^{3/2} = -\frac{(kT)^{7/4} \alpha^{3/2} (m_p c^2)^{9/4}}{2^{3/2} \pi^{7/4} (\hbar c)^3} \left(\sum_{j=+,-} y_{pj} \sqrt{1-x_{pj}} \right)^{3/2}, \\
 y_{i\pm} &= 1 - \sqrt{1-x_{i\pm}}, x_{i\pm} = \frac{(2\pi\hbar)^3 n_{i\pm}}{2(\pi m_p kT)^{3/2}}, i = n, p, \\
 w_{exch}^T &= -\frac{e^2 m_p^2 (kT)^2}{8\pi^2 \hbar^4} \left(\exp\left\{ \frac{2\mu_{0p+}}{kT} \right\} + \exp\left\{ \frac{2\mu_{0p-}}{kT} \right\} \right). \quad (18)
 \end{aligned}$$

Запишем равенства химических потенциалов нуклонов с противоположными проекциями спина согласно [3, с. 52, 57] и с учетом (15):

$$\begin{aligned}
 \mu_{i+} &= \mu_{i-}, \mu_{i\pm} \approx \mu_{0i\pm} + g_{ii}^T n_{i\mp} + g_{np}^{T\uparrow\uparrow} n_{j\pm} + g_{np}^{T\uparrow\downarrow} n_{j\mp} + \left(\frac{1}{2} + T_{3i} \right) (\mu_{exch\pm} + \mu_{corr\pm}) + \Delta E_{B(i)}^{\uparrow,\downarrow}, \\
 i = n, p; T_{3j} &= -T_{3i}, \mu_{0i\pm} = kT \ln(\sqrt{2} y_{i\pm}), \mu_{exch\pm} = -\frac{\alpha \sqrt{m_p c^2 kT} y_{p\pm}}{\sqrt{\pi(1-x_{p\pm})}}, \\
 \mu_{corr\pm} &= -\frac{3(kT)^{1/4} \alpha^{3/2} (m_p c^2)^{3/4}}{\sqrt{2}\pi^{1/4}} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{1-x_{p\pm}}} \right) \left(\sum_{i=+,-} (\sqrt{1-x_{pi}} + x_{pi}) - 2 \right)^{1/2} \quad (19)
 \end{aligned}$$

Не рассматривая вопрос о бета-равновесии, получаем зависимость плотности энергии в (18) не от 4, а лишь от 2 аргументов (при заданной температуре), т.к. на ос-

тальные 2 наложены связи в (19). При $n_n = 0$ получаем зависимость плотности энергии в (18) от 1 аргумента (при заданной температуре), т.к. на 2-й наложена связь в (19).

Отметим, что при $p_{0p} \neq 0$ полная плотность энергии понижается с ростом p_{0p} , но без учета корреляционной энергии $\mu_{p+} < \mu_{p-}$, а с ее учетом $\mu_{p+} > \mu_{p-}$, что составляет трудность, связанную с расходимостью μ_{0p-} при $p_{0p} \rightarrow 1$, а также с приближенностью самой системы (18), (19). Уточнение задачи, приводящее к значительным математическим трудностям, пригодно для общего случая, когда критерий невырождения может и не выполняться. При этом: а) в формуле для w_{corr}^T из (18) в производной заменяем $\mu_{0p\pm}$ на $\mu_{p\pm}$ из (19), и получается нелинейная самосогласованная дифференциальная система уравнений; б) $\mu_{0i\pm}$ находим без приближений (т.к. формула в (19) все равно приближенная, хотя и более точная по сравнению с общепринятой), но тогда надо решать интегральное уравнение либо алгебраическое уравнение, в котором неизвестная величина входит в бесконечный ряд; в) дальнейшее уточнение заключается в замене в предыдущем пункте $\mu_{0i\pm}$ на $\mu_{i\pm}$. В итоге получаем нелинейную интегродифференциальную систему уравнений.

Вместе с тем, применяя формулу Веденова-Ларкина в приближении крайнего невырождения, получаем согласно [10, с. 460–462]:

$$\frac{\partial n_{p\pm}}{\partial \mu_{p\pm}} = \frac{n_{p\pm}}{kT} \Rightarrow w_{corr}^T = -\frac{(4\pi e^2 n_p)^{3/2}}{8\pi \sqrt{kT}} \Rightarrow \mu_{corr\pm} = \frac{\partial w_{corr}^T}{\partial n_{p\pm}} = -\frac{3(4\pi e^2)^{3/2} n_p^{1/2}}{16\pi \sqrt{kT}}. \quad (19a)$$

Из (19a) видно, что корреляционные части плотности энергии и химического потенциала вообще не зависят от спиновой поляризации, поэтому в приближении крайнего невырождения их можно не учитывать.

В этом случае данные расчетов при $n_n = 0$ приведены в таблице 2 и на рисунке 3, на котором введены обозначения: I. $n_p = 10^{25} \text{ см}^{-3}$. II. $n_p = 10^{26} \text{ см}^{-3}$. Здесь представлена зависимость значения p_{0p} , при котором $\mu_{p+} = \mu_{p-}$, от значения T . Полная плотность энергии понижается с ростом p_{0p} во всем диапазоне значений p_{0p} , если при этом зафиксировать любое из значений $T \sim 10^4 \text{ К}$ и любое из значений $n_p \sim 10^{25} \div 10^{26} \text{ см}^{-3}$ (при фиксированном $T \sim 10^3 \text{ К}$ фиксируем $n_p \sim 10^{24} \text{ см}^{-3}$).

Данные расчетов при $n_n \neq 0$ приведены в таблице 2 и на рисунке 4, на котором введены обозначения: I. $n_p = 10^{26} \text{ см}^{-3}$. II. $n_p = 0,9 \cdot 10^{26} \text{ см}^{-3}$. Здесь представлена зависимость значения p_{0n} , при котором $\mu_{n+} = \mu_{n-}$, от значения T при фиксированном n_p . Равновесное значение p_{0p} при этом практически такое же, как и при $n_n = 0$, а значение p_{0n} практически не зависит от n_n при заданном n_p .

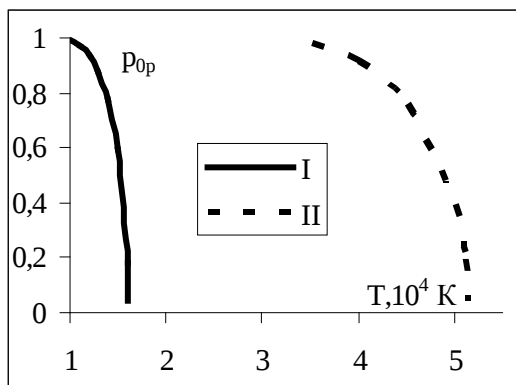


Рисунок 3 – Значение p_{0p} , соответствующее равенству химических потенциалов протонов при заданном T

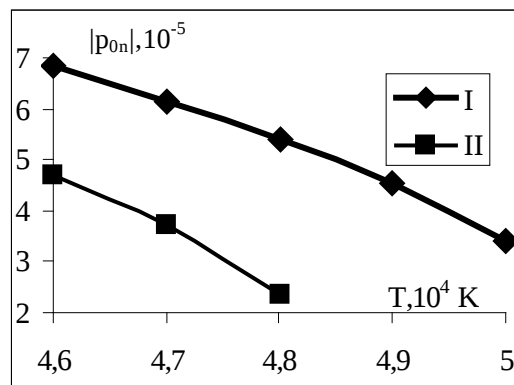


Рисунок 4 – Значения $|p_{0n}|$, соответствующее равенству химических потенциалов нейтронов при заданных T , n_p

Таблица 2 – Значения равновесной степени поляризации и индукции магнитного поля при различных фиксированных значениях температуры и концентраций

$T, 10^4 \text{ K}$	$n_p, 10^{25} \text{ см}^{-3}$	p_{0p}	$n_n, 10^{25} \text{ см}^{-3}$	$p_{0n}, 10^{-5}$	$B, 10^4 \text{ Гс}$
0,7	1	0,99998	0	0	0,177
1,608	1	0,0414	0	0	0,007
3	10	0,9961	0	0	1,766
5,13	10	0,0404	0	0	0,072
4,6	9	0,5495	0,0009	-4,74	0,877
4,6	9	0,5495	9	-4,70	0,877
4,8	9	0,2856	0,0009	-2,36	0,456
4,8	9	0,2856	9	-2,34	0,456
4,6	10	0,7165	0,001	-6,86	1,270
4,6	10	0,7165	10	-6,79	1,270
5,0	10	0,3889	0,001	-3,43	0,689
5,0	10	0,3889	10	-3,40	0,689

Уточнение выражения для угла комптоновского вращения

Вблизи поверхностей замагниченных астрофизических объектов может происходить такое явление, как комптоновское вращение плоскости линейной поляризации фотона. В [4, с. 43–48; 5, с. 30–36] было получено выражение для угла вращения на единицу пройденного фотоном расстояния в полностью поляризованном по спину электронном газе. При этом исследовалось следующее выражение для матричного элемента комптоновского рассеяния вперед:

$$\Omega = \frac{-i\alpha(2\pi\hbar)^4 c e_\mu (e'_\nu)^*}{\hbar V S_0 \omega} \delta^3(\vec{p} + \hbar \vec{k} - \vec{p}' - \hbar \vec{k}') \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 dx_2 \bar{\Psi}_0(\zeta_1) Q_{\mu\nu} \Psi_0(\zeta_2). \quad (20)$$

Здесь ω, e_μ, e'_ν – частота, а также компоненты вектора поляризации начального и конечного фотонов соответственно, V – нормировочный объём для фотона, S_0 – нор-

мировочная площадь для электрона в плоскости (x, y); δ -функция содержит компоненты y, z, t . Распишем подробнее волновые функции в подынтегральном выражении:

$$\begin{aligned}\Psi_0(x) &= A_0 i(2eB\hbar)^{1/2} U_0(x) u_0, \quad u_0 = \begin{bmatrix} 0 & -m_e c^2 - \varepsilon_0 & 0 & p_z c \end{bmatrix}^T, \\ U_0(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad A_0 = \frac{1}{\sqrt{2\hbar c \varepsilon_0 (\varepsilon_0 + m_e c^2)} \sqrt{eB\hbar}}, \quad \varepsilon_0 = \sqrt{m_e^2 c^4 + p_z^2 c^2}, \\ \zeta_k &= \sqrt{\frac{eB}{\hbar c}} \left(x_k + \frac{cp_y}{eB}\right), \quad k = 1, 2.\end{aligned}\quad (21)$$

Здесь m_e, p_y, p_z – масса электрона, а также компоненты его импульса вдоль осей y и z . В интеграле черта над электронной волновой функцией означает дираковское сопряжение [11, с. 102], причем, вместо u_0 имеем (T означает транспонирование):

$$\bar{u}_0 = (u_0^*)^T \gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & -m_e c^2 - \varepsilon_0 & 0 & -p_z c \end{bmatrix}.\quad (22)$$

При движении фотона под углом θ к линиям индукции магнитного поля запишем выражения для 4-импульса фотона, а также виртуального электрона в R - и S -процессах:

$$\begin{aligned}\hbar k_x &= 0, \hbar k_y = \frac{\hbar \omega}{c} \sin \theta, \hbar k_z = \frac{\hbar \omega}{c} \cos \theta, \\ \vec{g} &= \vec{p} + \hbar \vec{k} \Rightarrow cg_0 = \varepsilon_0 + \hbar \omega, cg_2 = p_y c + \hbar \omega \sin \theta, cg_3 = p_z c + \hbar \omega \cos \theta, \\ \vec{f} &= \vec{p} - \hbar \vec{k} \Rightarrow cf_0 = \varepsilon_0 - \hbar \omega, cf_2 = p_y c - \hbar \omega \sin \theta, cf_3 = p_z c - \hbar \omega \cos \theta.\end{aligned}\quad (23)$$

Выражение для $Q_{\mu\nu}$ при нахождении начального и конечного электрона на нулевом уровне Ландау имеет вид (матрицы Дирака γ_k ($k = 0, 1, 2, 3$) берутся в стандартном представлении [11, с. 104]):

$$\begin{aligned}Q_{\mu\nu} &= \gamma_\nu G_B(g, \rho) \gamma_\mu + \gamma_\mu G_B(f, \eta) \gamma_\nu, \quad \rho_k = \sqrt{\frac{eB}{\hbar c}} \left(x_k + \frac{cg_2}{eB}\right), \eta_k = \sqrt{\frac{eB}{\hbar c}} \left(x_k + \frac{cf_2}{eB}\right), \\ G_B(\lambda, x) &= \sqrt{eB\hbar c^3} \sum_{n=0}^{\infty} J_n(\lambda) G_n(\lambda, x_1, x_2), \quad \tilde{m}_{(n)} c^2 = \sqrt{m_e^2 c^4 + 2nBe\hbar c}, \\ G_n(\lambda, x_1, x_2) &= U_n(x_1) U_n(x_2) \tilde{G}(\lambda) \beta_1 + (1 - \delta_{0n}) U_{n-1}(x_1) U_{n-1}(x_2) \tilde{G}(\lambda) \beta_2 + \\ &+ (1 - \delta_{0n}) i \sqrt{\frac{2neB\hbar}{c}} (U_{n-1}(x_1) U_n(x_2) \gamma_1 \beta_1 - U_n(x_1) U_{n-1}(x_2) \beta_1 \gamma_1), \\ \tilde{G}(\lambda) &= \gamma_0 \lambda_0 - \gamma_3 \lambda_3 + m_e c, \quad J_n(\lambda) = (c^2 \lambda_0^2 - \varepsilon_{n\lambda}^2 - i \cdot 0)^{-1}, \quad \varepsilon_{n\lambda} = \sqrt{\tilde{m}_{(n)}^2 c^4 + \lambda_3^2 c^2}, \\ U_n(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) H_n(x), \quad H_n(x) = (-1)^n \exp(x^2) \frac{d^n}{dx^n} \exp(-x^2), \\ \beta_1 &= \frac{1}{2} (I_4 + i\gamma_2 \gamma_1), \beta_2 = \frac{1}{2} (I_4 - i\gamma_2 \gamma_1).\end{aligned}\quad (24)$$

Здесь I_4 – единичная матрица 4×4 . Линейно поляризованный фотон можно представить в виде суперпозиции 2 фотонов с круговыми поляризациями. Выбирая для фотона, движущегося в плоскости (yz), правую (+) или левую (–) круговую поляризацию, запишем для начального и конечного фотона:

$$e_{(\pm)} = e'_{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & \mp i & \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix}^T. \quad (25)$$

Учитывая, что в $Q_{\mu\nu}$ $\mu, \nu = \overline{1,4}$, получаем сумму из 16 выражений, каждое из которых содержит интеграл, вид которого не зависит от поляризации фотона, т.к. компоненты вектора поляризации (25) в подынтегральном выражении (20) нигде не присутствуют. При вычислении разности выражений (20) для правой и левой круговой поляризации отличными от нуля оказываются лишь разности для случаев $\mu = 2, \nu = 1$ и $\mu = 1, \nu = 2$, а также $\mu = 3, \nu = 1$ и $\mu = 1, \nu = 3$. В [4, с. 46] была рассмотрена лишь 1-я пара случаев и получен результат:

$$\begin{aligned} \Omega_{12}^{(+)} + \Omega_{21}^{(+)} - \Omega_{12}^{(-)} - \Omega_{21}^{(-)} &= \frac{2c\alpha(2\pi\hbar)^4 \delta^3(\vec{p} + \hbar\vec{k} - \vec{p}' - \hbar\vec{k}') \cos \theta}{\hbar V S_0 \omega} \chi_2, \\ \chi_2 &= iA_0^2 \sqrt{Be(\hbar c)^{5/2}} (m_e c^2 + \varepsilon_0) \pi c \exp\left(-\frac{\phi^2}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \phi^{2n-2} (J_n(g) \tilde{\Lambda}(g) - J_n(f) \tilde{\Lambda}(f)), \\ \tilde{\Lambda}(\lambda) &= -\varepsilon_0 \lambda_0 + p_z c \lambda_3 + m_e^2 c^3. \end{aligned} \quad (26)$$

Теперь рассмотрим случаи $\mu = 3, \nu = 1$ и $\mu = 1, \nu = 3$. Каждое из этих выражений, в силу (24), представляет собой сумму матричных произведений. Большинство из них, однако, не требует вычислений, что позволяет сделать предварительные упрощения. Действительно, несложно проверить, что

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 \gamma_1 \tilde{X} \gamma_3 u_0 &= \bar{u}_0 \gamma_3 \tilde{X} \gamma_1 u_0 = 0, \quad \tilde{X} = \beta_1, \gamma_0 \beta_1, \gamma_3 \beta_1, \beta_2, \gamma_0 \beta_2, \gamma_3 \beta_2, \\ \bar{u}_0 \gamma_1 \beta_1 \gamma_1 \gamma_3 u_0 &= \bar{u}_0 \gamma_3 \gamma_1 \beta_1 \gamma_1 u_0 = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Тогда вместо (24) для Q_{13} и Q_{31} будем использовать следующие выражения:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{13} &= -\gamma_3 G_B''(g, \rho) \gamma_1 + \gamma_1 G_B'(f, \eta) \gamma_3, \quad \tilde{Q}_{31} = \gamma_1 G_B'(g, \rho) \gamma_3 - \gamma_3 G_B''(f, \eta) \gamma_1, \\ G_B'(\lambda, x) &= ieB\hbar c \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\lambda) \sqrt{2n} U_{n-1}(x_1) U_n(x_2) \gamma_1 \beta_1, \\ G_B''(\lambda, x) &= ieB\hbar c \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\lambda) \sqrt{2n} U_n(x_1) U_{n-1}(x_2) \beta_1 \gamma_1. \end{aligned} \quad (28)$$

С учетом (20), (25), (28) получаем:

$$\Omega_{13}^{(+)} + \Omega_{31}^{(+)} = \frac{\alpha c (2\pi\hbar)^4 \sin \theta}{2\hbar V S_0 \omega} \delta^3(\vec{p} + \hbar\vec{k} - \vec{p}' - \hbar\vec{k}') \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 dx_2 \bar{\Psi}_0(\zeta_1) (\tilde{Q}_{13} - \tilde{Q}_{31}) \Psi_0(\zeta_2),$$

$$\Omega_{13}^{(-)} + \Omega_{31}^{(-)} = \frac{\alpha c (2\pi\hbar)^4 \sin\theta}{2\hbar V S_0 \omega} \delta^3(\vec{p} + \hbar\vec{k} - \vec{p}' - \hbar\vec{k}') \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} dx_1 dx_2 \bar{\Psi}_0(\zeta_1) (\tilde{Q}_{31} - \tilde{Q}_{13}) \Psi_0(\zeta_2) \quad (29)$$

При вычитании нижнего выражения (29) из верхнего учтем, что не равными нулю согласно (28) оказываются следующие комбинации:

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 \gamma_1 \gamma_1 \beta_1 \gamma_3 u_0 &= \bar{u}_0 \gamma_3 \beta_1 \gamma_1 \gamma_1 u_0 = -2p_z c(m_e c^2 + \varepsilon_0), \\ \bar{\Psi}_0(\zeta_1) \tilde{Q}_{13} \Psi_0(\zeta_2) &= -\bar{\Psi}_0(\zeta_1) \tilde{Q}_{31} \Psi_0(\zeta_2). \end{aligned} \quad (30)$$

Тогда с учетом (29) и (30) получим:

$$\begin{aligned} \Omega_{13}^{(+)} + \Omega_{31}^{(+)} - \Omega_{13}^{(-)} - \Omega_{31}^{(-)} &= \frac{2c\alpha(2\pi\hbar)^4 \delta^3(\vec{p} + \hbar\vec{k} - \vec{p}' - \hbar\vec{k}') \sin\theta}{\hbar V S_0 \omega} \chi_3, \\ \chi_3 &= \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} dx_1 dx_2 \bar{\Psi}_0(\zeta_1) \tilde{Q}_{13} \Psi_0(\zeta_2). \end{aligned} \quad (31)$$

Вычисляя χ_3 с учетом (21), (24), (28), получаем:

$$\begin{aligned} \chi_3 &= iA_0^2 \sqrt{Be} (\hbar c)^{5/2} (m_e c^2 + \varepsilon_0) \pi p_z c \hbar \omega \sin\theta \exp\left(-\frac{\phi^2}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2n} \phi^{2n-2} (J_n(g) + J_n(f)), \\ \phi &= \frac{\hbar \omega \sin\theta}{\sqrt{\hbar c Be}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Складывая (26) и (31), с учетом (32) получаем:

$$\begin{aligned} \sum_{j=2,3} (\Omega_{1j}^{(+)} + \Omega_{j1}^{(+)} - \Omega_{1j}^{(-)} - \Omega_{j1}^{(-)}) &= \frac{2c\alpha(2\pi\hbar)^4 \delta^3(\vec{p} + \hbar\vec{k} - \vec{p}' - \hbar\vec{k}')}{\hbar V S_0 \omega} iZ, \\ Z &= A_0^2 \sqrt{Be} (\hbar c)^{5/2} (m_e c^2 + \varepsilon_0) \pi c \exp\left(-\frac{\phi^2}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \phi^{2n-2} (J_n(f) \tilde{f} - J_n(g) \tilde{g}), \\ \tilde{g} &= (g_0 \varepsilon_0 - m_e^2 c^3) \cos\theta - p_z (c g_3 \cos\theta + \sqrt{2n\hbar\omega} \sin^2\theta), \\ \tilde{f} &= (f_0 \varepsilon_0 - m_e^2 c^3) \cos\theta - p_z (c f_3 \cos\theta - \sqrt{2n\hbar\omega} \sin^2\theta). \end{aligned} \quad (33)$$

В [4, с. 46, 47] было показано, что угол поворота плоскости поляризации фотона на единицу пройденного пути можно выразить по формулам (n_e – концентрация электронов, $\vec{q}$ – вектор их спиновой поляризации, ω – частота фотона, $\vec{n} = \vec{k}/|\vec{k}|$):

$$\frac{d\varphi}{dl} = \frac{2\pi m_e c}{\omega} (\vec{q} \cdot \vec{n}) \text{Re} W_2(\omega), \quad 2 \text{Re} W_2(\omega) (\vec{q} \cdot \vec{n}) = \text{Re}(F_{(-)} - F_{(+)}), \quad (34)$$

$$\Omega^{(\pm)} = (\varepsilon_0 + \hbar\omega) \frac{i(2\pi\hbar)^4 c F_{(\pm)}}{V S_0 \varepsilon_0 \hbar\omega} \delta^3(\vec{p} + \hbar\vec{k} - \vec{p}' - \hbar\vec{k}'). \quad (35)$$

Тогда с учетом (33) – (35), а также (21), получаем:

$$\frac{d\varphi}{dl} = \frac{(\pi\hbar c)^2 \alpha c n_e}{\hbar \omega (\varepsilon_0 + \hbar \omega)} \exp\left(-\frac{\phi^2}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \phi^{2n-2} (J_n(g)\tilde{g} - J_n(f)\tilde{f}). \quad (36)$$

Вклады в (36), обусловленные выражениями (26) и (31), ведут себя по-разному в зависимости от того, выбирается ли приближение $p_z = 0$ или производится усреднение по p_z . Классификация нулевых и ненулевых вкладов во вращение приведена в таблице 3, где обращение вклада в ноль может происходить по разным причинам: I. Т.к. $p_z = 0$, а это множитель перед всем выражением. II. Т.к. $\cos \theta = 0$, а это множитель перед всем выражением. III. Т.к. $\sin \theta = 0$, а это множитель перед всем выражением. IV. Т.к. $\cos \theta = 0$, и подынтегральное выражение является нечетной функцией относительно p_z , а пределы интегрирования симметричны относительно значения $p_z = 0$.

Таблица 3 – Условия обращения в ноль различных вкладов во вращение

Случаи	при $p_z = 0$			при усреднении по p_z		
	$\theta = 0$	$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	$\theta = \frac{\pi}{2}$	$\theta = 0$	$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	$\theta = \frac{\pi}{2}$
$\mu = 2, \nu = 1$ и $\mu = 1, \nu = 2$	$\neq 0$	$\neq 0$	II	$\neq 0$	$\neq 0$	II
$\mu = 3, \nu = 1$ и $\mu = 1, \nu = 3$	I, III	I	I	III	$\neq 0$	IV

Т.о., формула (31) дает отличный от нуля вклад во вращение (что приводит к отличию результатов данной работы (формула (36)) от полученных в [5, с. 31, 33, 34]) лишь в случае усреднения по p_z при $\theta \neq 0$ и $\theta \neq \pi/2$. При $\theta = \pi/2$ (т.е. $\vec{k} \perp \vec{B}$, или, что равносильно, $\vec{n} \perp \vec{q}$) полный вклад во вращение в любом случае обращается в ноль, как и должно следовать из (34).

При $\hbar \omega < \varepsilon_0$ полюса в $J_n(f)$ нет [12, с. 322]. Сместим полюсы с вещественной оси в $J_n(g)$ путем замены [12, с. 323]:

$$\varepsilon_{ng} \rightarrow \varepsilon_{ng} - i\Gamma_n / 2, \quad 3m_e c^2 \Gamma_n \approx 16(2n-1)\alpha(\mu_B B)^2, \quad (37)$$

$$\text{Re}(J_n(g)) = G(G^2 + \Gamma_n^2 \varepsilon_{ng}^2)^{-1}, \quad G = c^2 g_0^2 - \varepsilon_{ng}^2 + \Gamma_n^2 / 4. \quad (38)$$

Пусть $T = 0$ К, $\hbar \omega < m_e c^2$, и тогда для всех электронов $\hbar \omega < \varepsilon_0$. При усреднении произвольной функции Ξ по p_z будем, как и в [5, с. 33], использовать формулы:

$$\langle \Xi(w) \rangle = \frac{(m_e c^2)^2 \mu_B B}{2\pi^2 (\hbar c)^3 n_e} \int_{-w_1}^{+w_1} \Xi(w) dw, \quad w = \frac{p_z}{m_e c}, \quad w_1 = \frac{p_{z \max}}{m_e c} = \frac{\pi^2 (\hbar c)^3 n_e}{(m_e c^2)^2 \mu_B B}. \quad (39)$$

Тогда согласно (36) – (39), как и в [5, с. 33], получим:

$$\frac{d\phi}{dl} = \frac{\alpha m_e c \mu_B B}{4\hbar^2 \omega} \exp\left(-\frac{\phi^2}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \phi^{2n-2} (R_n - S_n),$$

(40)

$$R_n = \int_{-w_1}^{+w_1} \frac{\Omega_1(w) (\Omega_2(w) \cos \theta - 2\sqrt{2n} w \sin^2 \theta) dw}{\Omega_3(w) \left(\Omega_1^2(w) + \frac{\Gamma_n^2}{\hbar^2 \omega^2} \left(1 + 4n \frac{\mu_B B}{m_e c^2} + \left(w + \frac{\hbar \omega}{m_e c^2} \cos \theta \right)^2 \right) \right)},$$

(41)

$$Q_n = \frac{\hbar \omega}{m_e c^2} \sin^2 \theta - 4n \frac{\mu_B B}{\hbar \omega}, \quad \Omega_1(w) = \tilde{\Omega}_1^{(+)}(w) + \frac{\Gamma_n^2}{4\hbar \omega m_e c^2}, \quad \tilde{\Omega}_1^{(\pm)}(w) = Q_n \pm \Omega_2(w),$$

$$\Omega_2(w) = 2\left(\sqrt{1+w^2} - w \cos \theta\right), \quad \Omega_3(w) = \sqrt{1+w^2} + \frac{\hbar \omega}{m_e c^2}.$$

(42)

Выражения для элементов s -процесса представим в виде (43), выделяя часть $S_n^{(0)}$, найденную в [5, с. 33, 34]:

$$S_n = \int_{-w_1}^{+w_1} \frac{(-\Omega_2(w) \cos \theta + 2\sqrt{2n} w \sin^2 \theta) dw}{\tilde{\Omega}_1^{(-)}(w) \Omega_3(w)} = S_n^{(0)} \cos \theta + \frac{2\sqrt{2n}}{\cos \theta} \Delta S_n,$$

$$\Delta S_n = -\frac{1}{2} \left(Q_n + \frac{2\hbar \omega}{m_e c^2} \right) I_n \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \tilde{I}_{1n} \sin^2 \theta + \tilde{I}_{2n}.$$

(43)

Интеграл I_n был вычислен в [5, с. 33, 34]. Для вычисления остальных интегралов введем следующие обозначения ($\tilde{\theta}(\xi)$ – функция Хевисайда):

$$y_1 = \frac{w_1 + \sqrt{1+w_1^2} - 1}{w_1 + \sqrt{1+w_1^2} + 1}, \quad p_n = -\frac{4 \cos \theta}{Q_n + 2}, \quad q_n = \frac{2 - Q_n}{2 + Q_n}, \quad \mu_n = 4q_n - p_n^2, \quad Y_n =$$

$$= \left(\left(\arctg \left(\frac{p_n + 2y_1}{\sqrt{|\mu_n|}} \right) - \arctg \left(\frac{p_n - 2y_1}{\sqrt{|\mu_n|}} \right) \right) \tilde{\theta}(\mu_n) + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{(2y_1 - \sqrt{|\mu_n|})^2 - p_n^2}{(2y_1 + \sqrt{|\mu_n|})^2 - p_n^2} \right| \tilde{\theta}(-\mu_n) \right),$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{m_e c^2 + \hbar \omega}{m_e c^2 - \hbar \omega}}, \quad \nu_n = p_n^2 - 4y_1^2.$$

(44)

Интегралы $\tilde{I}_{1n}$ и $\tilde{I}_{2n}$ имеют вид:

$$\tilde{I}_{1n} = \int_{-w_1}^{+w_1} \frac{m_e c^2 dw}{m_e c^2 \sqrt{1+w^2} + \hbar \omega} = 2 \operatorname{arsh}(w_1) - \frac{4\hbar \omega}{\sqrt{m_e^2 c^4 - \hbar^2 \omega^2}} \arctg \left(\frac{y_1}{\lambda} \right),$$

$$\tilde{I}_{2n} = \sin^2 \theta \int_{-w_1}^{+w_1} \frac{dw}{Q_n - \Omega_2(w)}.$$

(45)

Интеграл $\tilde{I}_{2n}$ берется по-разному в зависимости от значения Q_n :

$$\begin{aligned}
\tilde{I}_{2n} &= -\frac{1+\cos^2\theta}{2\cos\theta} \ln \left| \frac{1-y_1\cos\theta}{1+y_1\cos\theta} \right| - \ln \left| \frac{1+y_1}{1-y_1} \right|, Q_n = -2; \\
\tilde{I}_{2n} &= \frac{2}{Q_n+2} (\tilde{I}_{2n}^{(1)} \sin^2\theta - 2\tilde{I}_{2n}^{(2)}), \quad \tilde{I}_{2n}^{(2)} = \int_{-y_1}^{+y_1} \frac{\sin^2\theta dy}{(1-y^2)(y^2+p_n y+q_n)} = \\
&= \frac{Q_n+2}{4} \ln \left| \frac{1+y_1}{1-y_1} \right| + \left(\frac{Q_n-2}{4} + \sin^2\theta \right) \tilde{I}_{2n}^{(1)} + \frac{(Q_n+2)\cos\theta}{4} \tilde{I}_{2n}^{(3)}, \quad y = th\left(\frac{t}{2}\right), t = \operatorname{arsh} w, \\
\tilde{I}_{2n}^{(1)} &= \int_{-y_1}^{+y_1} \frac{dy}{y^2+p_n y+q_n}, \quad \tilde{I}_{2n}^{(3)} = \int_{-y_1}^{+y_1} \frac{y dy}{y^2+p_n y+q_n}, Q_n \neq 2.
\end{aligned} \tag{46}$$

При этом интегралы $\tilde{I}_{2n}^{(1)}, \tilde{I}_{2n}^{(3)}$ в (46) берутся по-разному в зависимости от μ_n :

$$\begin{aligned}
\tilde{I}_{2n}^{(3)} &= -\frac{4p_n y_1}{\nu_n} + \ln \left| \frac{p_n+2y_1}{p_n-2y_1} \right|, \mu_n = 0; \quad \tilde{I}_{2n}^{(3)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y_1^2+p_n y_1+q_n}{y_1^2-p_n y_1+q_n} \right| - \frac{p_n}{\sqrt{|\mu_n|}} Y_n, \mu_n \neq 0; \\
\tilde{I}_{2n}^{(1)} &= \frac{8y_1}{\nu_n}, \mu_n = 0; \quad \tilde{I}_{2n}^{(1)} = \frac{2}{\sqrt{|\mu_n|}} Y_n, \mu_n \neq 0.
\end{aligned} \tag{47}$$

Представленные численные результаты дополняют результаты из [5, с. 32].

Таблица 4 – Величина угла поворота при $n_e = 10^{22} \text{ см}^{-3}$, $p_z = 0$

$B, 10^{13} \text{ Гс}$		1-й пик		$d\varphi/dx = 0$	2-й пик	
		$\hbar\omega$, МэВ	$d\varphi/dx$, рад/см	$\hbar\omega$, МэВ	$\hbar\omega$, МэВ	$d\varphi/dx$, рад/см
1	$\beta = 45^\circ$	0,10972	-490,4	0,109863	0,110003	488,4
	$\beta = 60^\circ$	0,10718	-342,1	0,107316	0,107449	340,54
4	$\beta = 45^\circ$	0,3864	-13,36	0,38905	0,39161	12,75
	$\beta = 60^\circ$	0,3629	-9,50	0,36522	0,36746	9,00

Заключение. Основные результаты

Рассмотрен вопрос о ферромагнетизме электронно-нуклонного вещества в вырожденном и невырожденном состоянии с учетом межунолонной ядерной (в контактном приближении), а также протонной обменной и корреляционной кулоновской энергии. Рассмотрены конечные значения спиновой поляризации нуклонов. В отличие от более ранних исследований, учтена энергия магнитного поля, возникающего вследствие спиновой поляризации нуклонов. Найдены значения спиновой поляризации при различных температурах и концентрациях нуклонов, а также соответствующие значения индукции магнитных полей. Сделано уточнение выражения для угла комптоновского вращения плоскости поляризации фотонов в магнитном поле в поляризованной по спину среде.

Часть идей, лежащих в основе данной работы, принадлежат В.Г. Барышевскому и В.В. Тихомирову.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серый, А.И. О ферромагнетизме вырожденной нейтронно-протонной системы / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». – 2012. – № 1. – С. 30–37.
2. Серый, А.И. К вопросу о магнитных полях белых карликов и Сверхновых II типа / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». – 2013. – № 1. – С. 50–58.
3. Серый, А.И. О поправках к критерию Стонера для ядерной материи / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». – 2013. – № 2. – С. 48–60.
4. Серый, А.И. О комптоновском вращении при движении фотонов под произвольным углом к линиям индукции магнитного поля / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». – 2011. – № 2. – С. 43–48.
5. Серый, А.И. О комптоновском вращении в магнитном поле с учетом ширины резонанса / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». – 2012. – № 2. – С. 30–36.
6. Физическая энциклопедия: в 5 т. / Гл. ред. А.М. Прохоров; ред. кол. : Д.М. Алексеев [и др]. – М. : Сов. энциклопедия, 1988. – Т. 1. Ааронова–Боме эффект – Длинные линии. – 704 с.
7. Левитов, Л.С. Функции Грина. Задачи и решения / Л.С. Левитов, А.В. Шитов. – М. : Физматлит, 2003. – 392 с.
8. Физическая энциклопедия: в 5 т. / Гл. ред. А.М. Прохоров; ред. кол. : Д.М. Алексеев [и др]. – М. : Сов. энциклопедия, 1994. – Т. 4. Пойнтинга – Робертсона – Стримеры. 704 с.
9. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – Т. 3. Электричество. – 688 с.
10. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учеб. пособ. для вузов : в 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц / Статистическая физика : в 2 ч. Ч. 2. Теория конденсированного состояния / Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – 3-е изд., стереот. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. IX – 496 с.
11. Берестецкий, В.Б. Квантовая электродинамика (Серия «Теоретическая физика», том IV) / В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – М. : Наука, 1980. – 704 с.
12. Фомин, П.И. Резонансное комптоновское рассеяние во внешнем магнитном поле / П.И. Фомин, Р.И. Холодов // ЖЭТФ. – 2000. – Т. 117, вып. 2. – С. 319–325.

A.I. Sery On Some Polarizational Effects in Astrophysical Plasma

We consider the question of ferromagnetism of electron-nucleon matter in degenerate and non-degenerate state regarding inter-nucleon nuclear (in contact approximation), as well as proton exchange and correlation Coulomb energy. Finite values of spin polarization of nucleons are considered regarding the energy of magnetic field. Refinement is made for the expression for Compton rotation angle of the plane of polarization of photons in magnetic field in spin polarized medium.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 14.03.14