

УДК 539.12:530.145

**В.А. Плетюхов***д-р физ.-мат. наук, профессор каф. теоретической физики  
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина***ОБ ОПИСАНИИ СТРУН  
НА ОСНОВЕ БЕЗМАССОВОГО УРАВНЕНИЯ ДИРАКА – КЭЛЛЕРА**

*Даны тензорная и матричная формулировки релятивистского волнового уравнения, обеспечивающего совместное описание электромагнитного поля (фотона) и безмассового поля Кальба – Рамонда с нулевой спиральностью (нотифа). Показано, что данное уравнение является частным случаем системы уравнений Дирака – Кэлера. Этот результат открывает новые возможности применения поля Дирака – Кэлера в теории струн.*

**1. Введение**

Как известно (например, [1]), в теории струн рассматриваются два типа струн: открытые и замкнутые. Взаимодействие замкнутых струн осуществляется посредством безмассового поля с нулевой спиральностью. Концы открытых струн представляют собой точечные электрические заряды противоположного знака (полюса). Следовательно, взаимодействие открытых струн должно осуществляться посредством скалярного и векторного полей, последнее из которых отождествляется с обычным электромагнитным полем. А поскольку струна является единым физическим объектом, создаваемые ею поля должны описываться совместно, т.е. на основе не распадающейся по группе Лоренца системе уравнений.

В настоящей работе исследуется возможный способ такого описания в пространстве размерности  $d = 4$ .

**2. Тензорная формулировка**

Простейшим претендентом на феноменологическое описание объединенного поля открытой струны в четырехмерном пространстве может служить следующая система тензорных уравнений первого порядка:

$$\partial_{\mu}\varphi_{\mu} + \varphi_0 = 0, \quad (1)$$

$$\partial_{\nu}\varphi_{[\mu\nu]} + \partial_{\mu}\varphi_0 = j_{\mu}, \quad (2)$$

$$-\partial_{\mu}\varphi_{\nu} + \partial_{\nu}\varphi_{\mu} + \varphi_{[\mu\nu]} = 0, \quad (3)$$

где скалярная  $\varphi_0$  и векторная  $\varphi_{\mu}$  функции являются потенциалами поля; антисимметричный тензор второго ранга  $\varphi_{[\mu\nu]}$  – напряжённость;  $j_{\mu}$  – вектор плотности тока, соответствующего концам струны.

Очевидно, что систему (1)–(3) можно трактовать как десятимерную формулировку уравнений Максвелла, дополненную скалярной функцией  $\varphi_0$  и, соответственно, уравнением (1), которое имеет здесь смысл условия калибровки Фейнмана, содержащегося непосредственно в самой системе.

Поддействуем на уравнение (2) оператором  $\partial_{\mu}$ . Учитывая антисимметрию тензора  $\varphi_{[\mu\nu]}$ , получим уравнение второго порядка для скалярной функции

$$\square\varphi_0 = \partial_{\mu}j_{\mu}. \quad (4)$$

Однако поскольку ток, создаваемый движением точечных зарядов, сохраняется ( $\partial_\mu j_\mu = 0$ ), уравнение (4) принимает вид

$$\square \varphi_0 = 0. \quad (5)$$

Отсюда следует, что поле  $\varphi_0$  не «чувствует» источника  $j_\mu$ , не зависит от него. Поэтому для описания электромагнитного взаимодействия точечных зарядов присутствие функции  $\varphi_0$  в системе (1)–(3) является излишним.

Данный вывод находится в соответствии с результатами работы [2], где на вторично-квантованном уровне показано, что функция  $\varphi_0$  в свободной (в отсутствие источников) системе (1)–(3) играет роль калибровочной функции и физического поля не описывает.

Если же иметь в виду струну, то ситуация становится существенно иной. В случае взаимодействия открытых струн мы имеем два типа источников [1]: векторный  $j_\mu$  и тензорный  $j_{[\mu\nu]}$ , создаваемый телом струны (body string). При этом между ними существует связь [1]

$$j_\nu = \partial_\mu j_{[\mu\nu]}, \quad (6)$$

и ток  $j_{[\mu\nu]}$ , как следует из (6), вообще говоря, не сохраняется:

$$\partial_\mu j_{[\mu\nu]} \neq 0, \text{ если } j_\nu \neq 0. \quad (7)$$

В случае же замкнутых струн

$$j_\nu = 0, \quad \partial_\mu j_{[\mu\nu]} = 0. \quad (8)$$

Для того, чтобы струны в уравнениях (1)–(3) стали реальностью, необходимо ввести в эти уравнения источник  $j_{[\mu\nu]}$ . Но при этом возникает затруднение, связанное с тем, что поле  $\varphi_0$  является скалярным, а источник  $j_{[\mu\nu]}$  – тензорным.

Решение данной проблемы мы найдём, если обратимся к работе сорокалетней давности Огиевецкого и Полубаринова [3]. В этой работе было показано, что безмассовое поле со спиральностью 0 может описываться тензор-потенциалом  $\psi_{[\mu\nu]}$ . Не приводя явного вида уравнений, которым подчиняется  $\psi_{[\mu\nu]}$ , отметим главное: из шести компонент квантованного поля  $\psi_{[\mu\nu]}$  независимой остаётся лишь одна, например,  $\psi_{[12]}$ . Квант этого поля был назван в [3] нотофом. Физических приложений для нотофа в то время найдено не было. Впоследствии поле нотофа получило в литературе название поля Кальба – Рамонда, так как было «переоткрыто» в иной формулировке и иной связи в работе [1].

Таким образом, между описаниями безмассового поля со спиральностью 0 посредством скалярной функции  $\varphi_0$  и тензор-потенциалом  $\psi_{[\mu\nu]}$  существует определённый дуализм. Отсюда напрашивается идея перейти от системы (1)–(3) к дуально сопряжённой системе, в которой роль скалярного поля будет выполнять тензор-потенциал  $\psi_{[\mu\nu]}$ . Такую систему для случая отсутствия источников можно получить, если в тензорной формулировке обобщённого уравнения Дирака – Кэлера [4]

$$\alpha \partial_\mu \psi_\mu + p \psi_0 = 0,$$

$$\begin{aligned} & \beta \left( \partial_{\mu} \psi_{[\nu\alpha\beta]} - \partial_{\beta} \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \partial_{\alpha} \psi_{[\beta\mu\nu]} - \partial_{\nu} \psi_{[\alpha\beta\mu]} \right) + q \psi_{[\mu\nu\alpha\beta]} = 0, \\ & \gamma^* \partial_{\nu} \psi_{[\mu\nu]} + \alpha^* \partial_{\mu} \psi_0 + r \psi_{\mu} = 0, \\ & \delta \left( \partial_{\mu} \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_{\alpha} \psi_{[\mu\nu]} + \partial_{\nu} \psi_{[\alpha\mu]} \right) + \beta^* \partial_{\beta} \psi_{[\beta\mu\nu\alpha]} + s \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \\ & \gamma \left( -\partial_{\mu} \psi_{\nu} + \partial_{\nu} \psi_{\mu} \right) + \delta^* \partial_{\alpha} \psi_{[\mu\nu\alpha]} + m \psi_{[\mu\nu]} = 0 \end{aligned}$$

выбрать параметры

$$\alpha = \beta = \gamma = \delta = r = s = 1, \quad p = q = m = 0.$$

В результате имеем уравнения

$$\partial_{\mu} \psi_{\mu} = 0, \quad (9)$$

$$\partial_{\mu} \psi_{[\nu\alpha\beta]} - \partial_{\beta} \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \partial_{\alpha} \psi_{[\beta\mu\nu]} - \partial_{\nu} \psi_{[\alpha\beta\mu]} = 0, \quad (10)$$

$$\partial_{\nu} \psi_{[\mu\nu]} + \partial_{\mu} \psi_0 + \psi_{\mu} = 0, \quad (11)$$

$$\partial_{\mu} \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_{\alpha} \psi_{[\mu\nu]} + \partial_{\nu} \psi_{[\alpha\mu]} + \partial_{\beta} \psi_{[\beta\mu\nu\alpha]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (12)$$

$$-\partial_{\mu} \psi_{\nu} + \partial_{\nu} \psi_{\mu} + \partial_{\alpha} \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0. \quad (13)$$

Будем рассматривать функции  $\psi_{\mu}$  и  $\psi_{[\mu\nu]}$  здесь в качестве потенциалов, а  $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$  как напряжённость.

Важно отметить, что система (9)–(13) исследовалась в ряде других работ (например, [5; 6]), но не в связи с описанием струн, поскольку вектор  $\psi_{\mu}$  в этих работах рассматривался как напряжённость. Предлагаемая нами трактовка величин  $\psi_{\mu}$  в качестве потенциалов имеет принципиальное значение, если мы хотим описывать с помощью (9)–(13) именно струны. В данной трактовке потенциал  $\psi_{\mu}$  описывает поле полюсов открытой струны, а  $\psi_{[\mu\nu]}$  – поле, создаваемое телом струны.

Выясним теперь смысл скалярной функции  $\psi_0$  в системе (9)–(13). Нетрудно убедиться, что данная система, как и напряжённость  $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$ , остаётся инвариантной относительно калибровочных преобразований

$$\psi_{\mu} \rightarrow \psi_{\mu} + \partial_{\mu} \Lambda(x), \quad (14)$$

$$\psi_0 \rightarrow \psi_0 - \Lambda(x), \quad (15)$$

где калибровочная функция  $\Lambda(x)$  удовлетворяет свободному уравнению Даламбера

$$\square \Lambda(x) = 0. \quad (16)$$

Действуя на уравнение (11) оператором  $\partial_{\mu}$  и учитывая (9), получим, что функция  $\psi_0$  удовлетворяет аналогичному уравнению

$$\square \psi_0 = 0. \quad (17)$$

Введение источников  $j_{\mu}$ ,  $j_{[\mu\nu]}$  в систему (9)–(13) не влияет на эти результаты. Следовательно, не уменьшая общности, можно рассматривать функцию  $\psi_0$  как калибровочную и выбрать

$$\psi_0 = 0. \quad (18)$$

При выборе калибровки (18) система (9)–(13) с учётом наличия источников принимает вид:

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \psi_\mu = 0, \quad (19)$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha\beta]} - \partial_\beta \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\beta\mu\nu]} - \partial_\nu \psi_{[\alpha\beta\mu]} = 0, \quad (20)$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\mu\alpha]} + \partial_\beta \psi_{[\beta\mu\nu\alpha]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (21)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]}. \quad (22)$$

Уравнение (9) исчезло из системы (19)–(22), поскольку оно автоматически вытекает из уравнения (19).

Выражая из уравнения (21) тензор  $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$  и подставляя его в (20), получаем уравнение второго порядка

$$\partial_\mu \partial_\eta \psi_{[\eta\nu\alpha\beta]} - \partial_\beta \partial_\eta \psi_{[\eta\mu\nu\alpha]} + \partial_\alpha \partial_\eta \psi_{[\eta\beta\mu\nu]} - \partial_\nu \partial_\eta \psi_{[\eta\alpha\beta\mu]} = 0,$$

эквивалентное уравнению Даламбера

$$\square \psi_{[\mu\nu\alpha\beta]} = 0. \quad (23)$$

Уравнение (23) показывает, что поле  $\psi_{[\mu\nu\alpha\beta]}$  не реагирует на наличие источников струнного типа. Следовательно, если ограничиться рассмотрением только струн, то поле  $\psi_{[\mu\nu\alpha\beta]}$  также можно исключить из системы (19)–(22). Вместе с ним исключается уравнение (20), автоматически вытекающее из (21) при условии

$$\psi_{[\mu\nu\alpha\beta]} = 0. \quad (24)$$

В результате получаем систему уравнений

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \psi_\mu = 0, \quad (25)$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (26)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]}. \quad (27)$$

Система (25)–(27) не распадается в смысле группы Лоренца. Уравнение (27) здесь трактуется как уравнение движения; (26) – выражение для напряжённости  $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$  через потенциалы  $\psi_{[\mu\nu]}$ ; уравнение (25) устанавливает связь между потенциалами  $\psi_{[\mu\nu]}$  и  $\psi_\mu$ , т.е. выступает как своего рода условие калибровки, включенное на равных в исходную систему уравнений.

Здесь необходимо сделать следующие два замечания.

Во-первых, в системе (25)–(27) отсутствует в явном виде составляющая напряжённости поля открытой струны, которая соответствует полюсам струны. Её можно ввести посредством обозначения

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \psi_\nu - \partial_\nu \psi_\mu. \quad (28)$$

В этом случае уравнение (27) принимает вид

$$-F_{[\mu\nu]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]} \quad (29)$$

и содержит только наблюдаемые величины (напряжённости и ток), как и должно быть в уравнении движения.

Во-вторых, в (25)–(27) не фигурирует явно ток  $j_\mu$ , соответствующий полюсам. Он появляется при переходе к уравнениям второго порядка. Действуя на уравнение (26) оператором  $\partial_\alpha$  и подставляя полученное таким образом выражение для производной  $\partial_\alpha \Psi_{[\mu\nu\alpha]}$  через потенциалы  $\Psi_{[\mu\nu]}$  в уравнение (27), получим

$$\square \Psi_{[\mu\nu]} = -j_{[\mu\nu]}. \quad (30)$$

Аналогично, действуя на уравнение (27) оператором  $\partial_\nu$ , с учётом соотношения  $\partial_\mu \Psi_\mu = 0$ , вытекающего из (25), и определения (6), будем иметь

$$\square \Psi_\mu = -j_\mu. \quad (31)$$

Рассмотрим частные случаи системы (25)–(27). Для замкнутой струны имеем  $\Psi_\mu = 0$ . В результате находим:

$$\partial_\mu \Psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \Psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \Psi_{[\alpha\mu]} + \Psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (32)$$

$$\partial_\alpha \Psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]}. \quad (33)$$

Уравнение

$$\partial_\nu \Psi_{[\mu\nu]} = 0, \quad (34)$$

вытекающее из (25) при  $\Psi_\mu = 0$ , приобретает статус условия калибровки, связанного с инвариантностью системы (32), (33) относительно калибровочных преобразований

$$\Psi_{[\mu\nu]} \rightarrow \Psi_{[\mu\nu]} - \partial_\mu \Lambda_\nu + \partial_\nu \Lambda_\mu, \quad (35)$$

и поэтому не включается в систему (32), (33) в качестве независимого уравнения.

Наконец, если в (25)–(27) отбросить тензор-потенциал  $\Psi_{[\mu\nu]}$  и, соответственно, напряжённость  $\Psi_{[\mu\nu\alpha]}$ , то останется уравнение

$$-\partial_\mu \Psi_\nu + \partial_\nu \Psi_\mu + \partial_\alpha \Psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]},$$

которое после свёртки с оператором  $\partial_\nu$ , с учётом обозначения (28) принимает вид

$$\partial_\nu F_{[\mu\nu]} = j_\mu. \quad (36)$$

Совместно с (28), рассматриваемым уже как уравнение, (36) образует обычную десятимерную формулировку уравнений Максвелла, как и должно быть.

Выпишем ещё лагранжиан системы (25)–(27):

$$L = -\frac{1}{2} \Psi_{[\mu\nu]} (\partial_\mu \Psi_\nu - \partial_\nu \Psi_\mu) - \frac{1}{2} \Psi_\mu^2 - \frac{1}{6} \Psi_{[\mu\nu\alpha]} (\partial_\mu \Psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \Psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \Psi_{[\alpha\mu]}) - \frac{1}{12} \Psi_{[\mu\nu\alpha]}^2 - \Psi_{[\mu\nu]} j_{[\mu\nu]}. \quad (37)$$

### 3. Матричная формулировка

Любая линейная система дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами может быть представлена в матричной форме. Сказанное относится и к системам уравнений, описывающим элементарные частицы. В работах [7; 8] показано, что свободные безмассовые частицы (поля) описываются универсальной формой

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + \gamma_0) \psi_{(x)} = 0, \quad (38)$$

где  $\gamma_\mu, \gamma_0$  – квадратные матрицы ( $\det \gamma_0 = 0$ );  $\psi(x)$  – многокомпонентная волновая функция, преобразующаяся по некоторому приводимому представлению группы Лоренца. Матричная форма удобна, в частности, при исследовании спиновых свойств (спиральности) частиц.

Для того, чтобы представить систему (25)–(27) в виде (38), перепишем её предварительно следующим образом:

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \psi_\mu = 0, \quad (39)$$

$$\frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \psi_{[\alpha\beta]} + \tilde{\psi}_\mu = 0, \quad (40)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \tilde{\psi}_\beta = 0 \quad (41)$$

(ограничимся случаем отсутствия источников). Здесь

$$\tilde{\psi}_\mu = \frac{1}{3!} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \psi_{[\nu\alpha\beta]} - \quad (42)$$

аксиальный вектор, дуальный тензору  $\psi_{[\nu\alpha\beta]}$ ;  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  – тензор Леви-Чивита ( $\varepsilon_{1234} = -i$ ).

В тензорном базисе

$$\psi = (\psi_\mu, \tilde{\psi}_\mu, \psi_{[\mu\nu]}) - \text{столбец} \quad (43)$$

матрицы  $\gamma_\mu, \gamma_0$  системы (39)–(41), записанной в форме (38), имеют вид

$$\gamma_\mu = e^{[\nu\mu]} + e^{[\nu\mu]\nu} + \frac{i}{2} \varepsilon_{\nu\mu\alpha\beta} (e^{\tilde{\nu}[\alpha\beta]} + e^{[\alpha\beta]\tilde{\nu}}), \quad (44)$$

$$\gamma_0 = e^{\nu\nu} + e^{\tilde{\nu}\tilde{\nu}}, \quad (45)$$

где  $e^{AB}$  – элементы полной матричной алгебры [9];  $A, B = \mu, \tilde{\mu}, [\mu\nu]$  – собирательные индексы, пробегающие значения от 1 до 14.

Для установления спиновой структуры релятивистского волнового уравнения (РВУ) с волновой функцией (43) и матрицами  $\gamma_\mu$  (44),  $\gamma_0$  (45) перейдём в канонический базис [10]. Схема зацеплений неприводимых представлений группы Лоренца, на которой базируется рассматриваемое РВУ, такова:

$$\begin{array}{ccc}
 & \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) & \\
 (0, 1) & \diagdown \quad \diagup & (1, 0) \\
 & \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)' & 
 \end{array} \quad (46)$$

В схеме (46) представления  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)', (0,1) \oplus (1,0)$  отвечают вектору  $\psi_\mu$ , псевдовектору  $\tilde{\psi}_\mu$  и антисимметричному тензору  $\psi_{[\mu\nu]}$ . В каноническом базисе для матрицы  $\gamma_4$ , играющей основную роль в РВУ (38), будем иметь выражение

$$\gamma_4 = \begin{pmatrix} C^0 & \\ & C^1 \otimes I_3 \end{pmatrix}, \quad (47)$$

где  $C^0$  и  $C^1$  – спиновые блоки, соответствующие спинам 0 и 1:

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_{13}^1 & c_{14}^1 \\ 0 & 0 & c_{23}^1 & c_{24}^1 \\ c_{31}^1 & c_{32}^1 & 0 & 0 \\ c_{41}^1 & c_{42}^1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (48)$$

Налагая на элементы  $c_{ij}^1$  блока  $C^1$  ограничения, вытекающие из требований инвариантности уравнения относительно преобразований полной группы Лоренца и возможности лагранжевой формулировки теории, получим

$$C^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (49)$$

Из (49) следует, что безмассовое поле, описываемое РВУ (38), (43)–(49), переносит спин 1. При этом собственные значения  $\pm 1$  блока  $C^1$  двукратно вырождены. Проективная матрица  $\gamma_0$  (45) обеспечивает «вырезание» трёх из шести максимально возможных здесь состояний со спином 1, оставляя в совокупности три степени свободы: две на фотон ( $s = \pm 1$ ) и одну на нотоф ( $s = 0$ ). Нераспадение теории по группе Лоренца означает, что речь здесь идёт не просто о совместном описании соответствующих полей (электромагнитного и поля Кальба – Рамонда), а о едином безмассовом поле с возможными значениями спиральности  $0, \pm 1$ , посредством которого реализуется взаимодействие открытых струн. Важно подчеркнуть, что во взаимодействиях это поле переносит спин 1 [3].

#### 4. Заключение

В работах [5; 6] было установлено, что безмассовые бозонные пределы уравнения Дирака – Кэлера содержат в себе в качестве частных случаев теорию электромагнитного поля (фотона), т.е. безмассового векторного поля со спиральностью  $\pm 1$ , и поля Кальба – Рамонда (нотофа) – безмассового поля со спиральностью 0, но переносящего во взаимодействиях спин 1. В настоящей работе показано, что данное уравнение позволяет описывать указанные поля совместно, трактуя их как единый физический объект (аналогично тому, как электромагнитная волна объединяет электрическую и магнитную составляющие). С точки зрения физических приложений указанное поле может

претендовать на роль переносчика взаимодействия открытых струн применительно к пространству размерности  $d = 4$ .

Однако окончательные выводы относительно физического содержания системы уравнений (25)–(27) можно будет сделать после осуществления процедуры вторичного квантования, над чем в настоящее время работает автор.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kalb, M. Classical direct interstring action / M. Kalb, P. Ramond // Phys. Rev. – 1974. – Vol. D9, № 8. – P. 2273–2284.
2. Плетюхов, В. А. О квантовании одной системы уравнений максвелловского типа / В. А. Плетюхов, П. П. Андрусевич // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 4. Фізіка. Матэматыка. – 2008. – № 1. – С. 50–54.
3. Огиевецкий, В. И. Нотоф и его возможные взаимодействия / В. И. Огиевецкий, И. И. Полубарин // Ядерная физика. – 1966. – Т. 4. – Вып. 1. – С. 216–223.
4. Feshbach, H. A wave equation for a particle of maximum spin one / H. Feshbach, W. Nichols // Annals of physics. – 1958. – Vol. 4. – P. 448–458.
5. Pletyukhov, V. A. Quantization of massless fields of the Dirac – Kähler type / V. A. Pletyukhov, V. I. Strazhev / Nonlinear dynamics and Applications: Proceeding of the Fifteenth annual seminar NPCPS, Minsk, 22–23 may, 2008 / Minsk : BSU. – 2008. – Vol. 15. – P. 133–141.
6. Pletyukhov, V. A. Dirac – Kähler theory and massless fields / V. A. Pletyukhov, V. I. Strazhev // AIP conference proceeding. – 2010. – Vol. 1205. – P. 120–126 (Italy). Conference in honour of Y. B. Zeldovich, April 20–23, 2009, Minsk.
7. Фёдоров, Ф. И. Обобщенные релятивистские волновые уравнения / Ф. И. Фёдоров // Доклады АН СССР. – 1952. – Т. 82, № 1. – С. 37–40.
8. Богуш, А. А. Введение в теорию классических полей / А. А. Богуш, Л. Г. Мороз. – Минск : Наука и техника, 1968. – 388 с.
9. Богуш, А. А. Обобщённые символы Кронекера / А. А. Богуш, Ф. И. Фёдоров // Доклады АН БССР. – 1968. – Т. 12, № 1. – С. 21–24.
10. Гельфанд, И. М. Представления группы вращений и группы Лоренца / И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро. – М. : Физматгиз, 1958. – 368 с.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 23.02.2015

#### ***Pletyukhov V.A. On Description of the Strings by a Massless Dirac – Kähler Equation***

*Tensor and matrix formulations of the relativistic wave equation providing description both an electromagnetic field (photon) and a massless Kalb – Ramond field with the zero helicity (notoph) are given. It is shown that this equation is a particular case of the Dirac – Kähler system. It opens new possibilities for applications of the Dirac–Kähler field in the string theory.*