

Владимир Анестиевич Плетюхов¹, Антон Сергеевич Ткачев²

¹д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. общей и теоретической физики
Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина

²студент 4-го курса физ.-мат. фак.

Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина

Vladimir Pletukhov¹, Anton Tkachev²

¹Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Professor of the Department of General and Theoretical Physics
of Brest State A. S. Pushkin University

²4-th Year Student of the Faculty of Physics and Mathematics of Brest State A. S. Pushkin University

e-mail: 1pletyukhov@yandex.by; 2tonitkachev693@gmail.com

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ПОЛЯ В ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТИКСКИХ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Показано, что использование расширенных наборов неприводимых представлений группы Лоренца в теории релятивистских волновых уравнений (РВУ) открывает новые возможности с точки зрения пространственно-временного описания изоспиновых степеней свободы микрообъектов. Развиваемый в работе подход позволяет применять метод теории РВУ в калибровочных моделях фундаментальных взаимодействий; в частности, предложено не распадающееся по группе Лоренца РВУ, которое может служить в качестве основы для описания электрослабого поля.

Ключевые слова: релятивистские волновые уравнения, представления группы Лоренца, изоспиновые степени свободы, электрослабое поле.

Interpretation of the Electroweak Field in the Theory of Relativistic Wave Equations

It is shown that the use of extended sets of irreducible representations of the Lorentz group opens new possibilities for the theory of relativistic wave equation (RWE) from the point of view of the space-time description of the isospin degrees of freedom of microobjects. The approach developed in this paper makes it possible to apply the method of RWE – theory in gauge models of fundamental interactions. In particular, a non-disintegrating RWE is proposed for the description of the electroweak field.

Key words: relativistic wave equations, representations of Lorentz group, isospin degrees of freedom, electroweak field.

Введение

В классической теории релятивистских волновых уравнений (РВУ) предусматривается возможность лишь отдельного описания микрообъектов с ненулевой и нулевой массой [1; 2]. Однако в современной физике высоких энергий фигурируют поля, кванты которых (для данного поля) обладают как нулевой, так и ненулевой массой. Хорошо известным примером такого рода является электрослабое поле [3].

Если свободное электрослабое поле рассматривать как единый физический объект (а при достаточно высоких энергиях так оно и есть), то возникает вопрос, можно ли в рамках теории РВУ совместно описывать поля с ненулевой и нулевой массой (т. н. массивно-безмассовые поля). Напомним, что под совместным понимается описание в рамках одной не распадающейся в релятивистски-инвариантном смысле системы уравнений.

Основная часть

Остановимся подробно на этом вопросе. Обратимся к набору зацепляющихся неприводимых представлений группы Лоренца:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \oplus \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)' \oplus (0, 1) \oplus (1, 0), \quad (1)$$

где представление $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ является векторным, а $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)'$ – псевдовекторным. Если в наиболее общей тензорной формулировке релятивистски-инвариантной системы первого порядка

$$\begin{aligned} \alpha \partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + a \psi_\mu &= 0, \\ \beta (\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]}) + b \psi_{[\mu\nu\alpha]} &= 0, \\ \alpha^* (-\partial_\nu \psi_\alpha + \partial_\alpha \psi_\nu) + \beta^* \partial_\mu \psi_{[\mu\nu\alpha]} + c \psi_{[\nu\alpha]} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

соответствующей представлению (1), положить

$$a = 0, \quad b = c = m, \quad (3)$$

получим систему

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} = 0, \quad (4)$$

$$\beta (\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]}) + m \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (5)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \beta^* \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} + m \psi_{[\mu\nu]} = 0. \quad (6)$$

Из (4) – (6) нетрудно найти уравнения второго порядка:

$$\left(\square - \frac{m^2}{|\beta|^2} \right) \psi_{[\mu\alpha\nu]} = 0, \quad (7)$$

$$\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (8)$$

$$\square \psi_\mu - \partial_\mu \partial_\nu \psi_\nu = 0, \quad (9)$$

где $\square = \partial_\mu^2$ – оператор Даламбера.

Уравнения (7) и (8) означают, что система (4) – (6) содержит описание псевдовекторной частицы с ненулевой массой. Уравнение же (9) указывает на то, что данная система описывает еще и безмассовое векторное поле с потенциалом ψ_μ . Последнее обстоятельство позволяет использовать калибровочное преобразование вида

$$\psi_\mu \rightarrow \psi'_\mu = \psi_\mu + \partial_\mu \Lambda(x), \quad (10)$$

относительно которого инвариантны и система (4) – (6) и уравнение (9). Эта инвариантность означает, что указанное безмассовое поле является полем максвелловского типа со спиральностью ± 1 .

Таким образом, не распадающаяся по группе Лоренца тензорная система (4) – (6) дает совместное описание псевдовекторной частицы с ненулевой массой и безмассового векторного поля электромагнитного типа.

Отметим также, что если в (2) выбрать

$$b = 0, \quad a = c = m, \quad (11)$$

то мы придем к дуально симметричной теории по отношению к (4) – (6) системе в том смысле, что при выборе (11) система (2) приводит к совместному описанию массивной векторной частицы и безмассового поля максвелловского типа с псевдовекторным потенциалом.

Кроме того, на основе схемы (1) можно осуществить совместное описание микрообъекта с двумя различными ненулевыми массами. Для этого в (2) надо положить

$$a = b = c = m. \quad (12)$$

В результате получим систему первого порядка

$$\alpha \partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + m \psi_\mu = 0, \quad (13)$$

$$\beta \left(\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} \right) + m \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (14)$$

$$\alpha^* \left(-\partial_\nu \psi_\alpha + \partial_\alpha \psi_\nu \right) + \beta^* \partial_\mu \psi_{[\mu\nu\alpha]} + m \psi_{[\nu\alpha]} = 0. \quad (15)$$

Из (13) – (15) вытекают уравнения второго порядка (7), (8), а также уравнения

$$\left(\square - \frac{m^2}{|\alpha|^2} \right) \psi_\mu = 0, \quad \partial_\mu \psi_\mu = 0, \quad (16)$$

что и подтверждает вышесказанное.

Теперь рассмотрим возможность совместного описания векторных частиц (полей), сопоставляемых системам (4) – (6) и (13) – (15). Очевидно, что простое механическое объединение этих систем не приведет к желаемому результату, поскольку полученная таким образом система уравнений распадается в релятивистски-инвариантном смысле и, следовательно, с точки зрения теории РВУ не может описывать единый физический объект.

Самый простой и естественный способ построения нераспадающейся системы уравнений, обеспечивающей совместное описание вышеуказанных векторных полей, заключается во введении в рассмотрение дополнительного скалярного представления (0, 0). В результате можно получить не распадающуюся по группе Лоренца систему уравнений первого порядка:

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} = 0, \quad (17)$$

$$\alpha \left(\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} \right) + \beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \psi_0 + m \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (18)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \alpha^* \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} + m \psi_{[\mu\nu]} = 0, \quad (19)$$

$$\rho \partial_\nu \phi_{[\mu\nu]} + \gamma \partial_\mu \psi_0 + m \phi_\mu = 0, \quad (20)$$

$$\delta \left(\partial_\mu \phi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \phi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \phi_{[\alpha\mu]} \right) + \sigma \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \psi_0 + m \phi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (21)$$

$$\rho^* \left(-\partial_\mu \phi_\nu + \partial_\nu \phi_\mu \right) + \delta^* \partial_\alpha \phi_{[\mu\nu\alpha]} + m \phi_{[\mu\nu]} = 0, \quad (22)$$

$$\frac{1}{3!} \beta^* \varepsilon_{\beta\mu\nu\alpha} \partial_\beta \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \gamma^* \partial_\mu \psi_\mu + \frac{1}{3!} \sigma^* \varepsilon_{\beta\mu\nu\alpha} \partial_\beta \phi_{[\mu\nu\alpha]} + m \psi_0 = 0. \quad (23)$$

Найдем уравнения второго порядка, к которым приводит система (17) – (23).

Подействуем на (19) оператором ∂_ν . С учетом (17) получим

$$\square\psi_\mu - \partial_\mu\partial_\nu\psi_\nu = 0. \quad (24)$$

Используя калибровочное преобразование (10), уравнение (24) стандартным способом можно привести к виду

$$\square\psi_\mu = 0, \quad \partial_\mu\psi_\mu = 0. \quad (25)$$

Применение оператора ∂_ν к уравнению (22) дает:

$$\rho^* (\square\phi_\mu - \partial_\mu\partial_\nu\phi_\nu) + m\partial_\nu\phi_{[\mu\nu]} = 0. \quad (26)$$

Из (20) выразим член $\partial_\nu\phi_{[\mu\nu]}$:

$$\partial_\nu\phi_{[\mu\nu]} = -\frac{\gamma}{\rho}\partial_\mu\psi_0 - \frac{m}{\rho}\rho\phi_\mu. \quad (27)$$

Отсюда следует:

$$\partial_\mu\phi_\mu = -\frac{\gamma}{m}\square\psi_0. \quad (28)$$

Подставляя (27), (28) в (26), будем иметь:

$$\square\phi_\mu + \square\frac{\gamma}{m}\partial_\mu\square\psi_0 - \frac{m\gamma}{|\rho|^2}\partial_\mu\psi_0 - \frac{m^2}{|\rho|^2}\phi_\mu = 0. \quad (29)$$

Если ввести в рассмотрение вектор

$$\Phi_\mu = \phi_\mu + \frac{\gamma}{m}\partial_\mu\psi_0, \quad (30)$$

уравнение (29) принимает вид

$$\square\Phi_\mu - \frac{m^2}{|\rho|^2}\Phi_\mu = 0. \quad (31)$$

При это вектор Φ_μ с учетом (28) удовлетворяет условию

$$\partial_\mu\Phi_\mu = 0. \quad (32)$$

Теперь применим к уравнению (19) оператор

$$\varepsilon_{\rho\mu\nu\sigma}\partial_\sigma : \alpha^*\varepsilon_{\rho\mu\nu\sigma}\partial_\sigma\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu\alpha]} + m\varepsilon_{\rho\mu\nu\sigma}\partial_\sigma\psi_{[\mu\nu]} = 0. \quad (33)$$

С помощью непосредственно проверяемого тождества

$$\varepsilon_{\rho\mu\nu\sigma}\partial_\sigma\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu\alpha]} = \varepsilon_{\rho\mu\nu\alpha}\square\psi_{[\mu\nu\alpha]} - \partial_\rho\partial_\beta\varepsilon_{\beta\mu\nu\alpha}\psi_{[\mu\nu\alpha]}$$

уравнение (33) приводится к виду

$$\alpha^* \left(\varepsilon_{\rho\mu\nu\alpha}\square\psi_{[\mu\nu\alpha]} - \partial_\rho\partial_\beta\varepsilon_{\beta\mu\nu\alpha}\psi_{[\mu\nu\alpha]} \right) + m\varepsilon_{\rho\mu\nu\alpha}\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu]} = 0. \quad (34)$$

Из уравнения (18) вытекает:

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} = -\frac{\beta}{\alpha} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \psi_0 - \frac{m}{\alpha} \psi_{[\mu\nu\alpha]}. \quad (35)$$

Применяя к (35) оператор $\frac{1}{3!} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\rho} \partial_\rho$, получим:

$$\frac{1}{3!} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\rho} \partial_\rho \psi_{[\mu\nu\alpha]} = \frac{\beta}{m} \square \psi_0. \quad (36)$$

Комбинация уравнений (34) – (36) дает:

$$\square \psi_{[\mu\nu\alpha]} - \frac{m^2}{|\alpha|^2} \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \frac{\beta}{m} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \square \psi_0 - \frac{\beta m}{|\alpha|^2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \psi_0 = 0. \quad (37)$$

Посредством обозначения

$$\Psi_{[\mu\nu\alpha]} = \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \frac{\beta}{m} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \psi_0 \quad (38)$$

$$\text{приведем уравнение (37) к виду } \Psi_{[\mu\nu\alpha]} - \frac{m^2}{|\alpha|^2} \Psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0. \quad (39)$$

$$\text{Одновременно с (39) в соответствии с (34) имеем условие } \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \Psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0. \quad (40)$$

Аналогичным образом из системы (17) – (23) можно получить уравнение второго порядка

$$\Phi_{[\mu\nu\alpha]} - \frac{m^2}{|\delta|^2} \Phi_{[\mu\nu\alpha]} = 0 \quad (41)$$

с дополнительным условием

$$\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \Phi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \quad (42)$$

где

$$\Phi_{[\mu\nu\alpha]} = \phi_{[\mu\nu\alpha]} + \frac{\sigma}{m} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta \psi_0. \quad (43)$$

Найдем, наконец, уравнение второго порядка для скаляра ψ_0 . Применяя оператор $\frac{1}{3!} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\rho} \partial_\rho$ к уравнению (21), будем иметь:

$$\frac{1}{3!} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\rho} \partial_\rho \phi_{[\mu\nu\alpha]} = \frac{\sigma}{m} \square \psi_0. \quad (44)$$

Подставляя теперь (28), (36) и (44) в (23), получим:

$$\square \psi_0 - \frac{m^2}{|\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\sigma|^2} \psi_0 = 0. \quad (45)$$

Уравнения (25), (31), (32), (39)–(42) и (45) показывают, что в не распадающейся по группе Лоренца системе первого порядка (17) – (23) содержится описание четырех частиц (полей) со спином 1, одна из которых имеет нулевую массу, а также скалярной частицы с ненулевой массой.

Тензорная система (17) – (23) может быть представлена в стандартной матричной форме РВУ

$$(\Gamma_\mu \partial_\mu + \Gamma_0)\Psi = 0 \quad (46)$$

с особенной матрицей Γ_0 вида

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} 0_4 & \\ & mI_{25} \end{pmatrix}. \quad (47)$$

Дадим формулировку этого РВУ в базисе Гельфанда – Яглома [4].

Введем следующую нумерацию неприводимых представлений, содержащихся в системе (17) – (23):

$$\begin{aligned} (0, 0) \sim 1(\psi_0); \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \sim 2(\psi_\mu); \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)' \sim 3(\psi_{[\mu\nu]}); \\ (0, 1), (1, 0) \sim 4, 5(\psi_{[\mu\nu]}); \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \sim 6(\phi_\mu); \\ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)' \sim 7(\phi_{[\mu\nu]}); \quad (0, 1), (1, 0) \sim 8, 9(\phi_{[\mu\nu]}). \end{aligned} \quad (48)$$

Тогда для спиновых блоков C^0, C^1 матрицы

$$\Gamma_4 = \begin{pmatrix} C_0 & \\ & C^1 \otimes I_3 \end{pmatrix} \quad (49)$$

получим следующие общие выражения:

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_{13}^0 & c_{16}^0 & c_{17}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{31}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{61}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{71}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C^1 = \begin{pmatrix} (C^1)' & \\ & (C^1)'' \end{pmatrix}, \quad (50)$$

Условие инвариантности рассматриваемого РВУ относительно преобразований собственной группы Лоренца никаких ограничений на элементы c_{ij}^0, c_{ij}^1 здесь не накладывает. Требование Р-инвариантности теории применительно к электрослабому полю не является актуальным. Условие возможности лагранжевой формулировки теории приводит к соотношениям [4]

$$\begin{aligned} c_{31}^0 &= f(c_{13}^0)^*, c_{61}^0 = g(c_{16}^0)^*, c_{71}^0 = h(c_{17}^0)^* \\ c_{42}^1 &= p(c_{25}^1)^*, c_{52}^1 = p(c_{24}^1)^*, c_{43}^1 = q(c_{35}^1)^*, c_{53}^1 = q(c_{34}^1)^* \\ c_{86}^1 &= p(c_{69}^1)^*, c_{96}^1 = r(c_{68}^1)^*, c_{87}^1 = s(c_{79}^1)^*, c_{97}^1 = s(c_{78}^1)^*, \end{aligned} \quad (52)$$

где

$$\begin{aligned} f &= \frac{\eta_{33}^0}{\eta_{11}^0}, \quad g = \frac{\eta_{66}^0}{\eta_{11}^0}, \quad h = \frac{\eta_{77}^0}{\eta_{11}^0}, \\ p &= \frac{\eta_{45}^1}{\eta_{22}^0}, \quad q = \frac{\eta_{45}^1}{\eta_{33}^1}, \quad r = \frac{\eta_{89}^1}{\eta_{66}^1}, \quad s = \frac{\eta_{89}^1}{\eta_{77}^1}. \end{aligned} \quad (53)$$

Вводя также для удобства обозначения

$$\begin{aligned} c_{13}^0 &= \lambda_1, \quad c_{16}^0 = \lambda_2, \quad c_{17}^0 = \lambda_3, \quad c_{24}^1 = \lambda_4, \quad c_{25}^1 = \lambda_5, \\ c_{34}^1 &= \lambda_6, \quad c_{35}^1 = \lambda_7, \quad c_{68}^1 = \lambda_8, \quad c_{69}^1 = \lambda_9, \quad c_{78}^1 = \lambda_{10}, \quad c_{79}^1 = \lambda_{11}, \end{aligned} \quad (54)$$

с учетом (52), (53) для блоков C^0 (50), $(C^1)'$, $(C^1)''$ (51) получим выражения:

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f\lambda_1^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g\lambda_2^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h\lambda_3^* & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (55)$$

$$(C^1)' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \lambda_4 & \lambda_5 \\ 0 & 0 & \lambda_6 & \lambda_7 \\ p\lambda_5^* & q\lambda_7^* & 0 & 0 \\ p\lambda_4^* & q\lambda_6^* & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (C^1)'' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \lambda_8 & \lambda_9 \\ 0 & 0 & \lambda_{10} & \lambda_{11} \\ r\lambda_9^* & s\lambda_{11}^* & 0 & 0 \\ r\lambda_8^* & s\lambda_{10}^* & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (56)$$

Характеристические уравнения для блоков (55), (56) имеют соответственно вид:

$$\lambda^3 \left(\lambda^2 - f|\lambda_1|^2 - g|\lambda_2|^2 - h|\lambda_3|^2 \right) = 0, \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \lambda^4 - \lambda^2 \left(p\lambda_4^*\lambda_5 + p\lambda_4\lambda_5^* + q\lambda_6^*\lambda_7 + q\lambda_6\lambda_7^* \right) + \\ + pq \left(\lambda_4\lambda_5^*\lambda_6^*\lambda_7 + \lambda_4^*\lambda_5\lambda_6\lambda_7^* - |\lambda_4|^2|\lambda_7|^2 - |\lambda_5|^2|\lambda_6|^2 \right) = 0, \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \lambda^4 - \lambda^2 \left(r\lambda_8^*\lambda_9 + r\lambda_8\lambda_9^* + s\lambda_{10}^*\lambda_{11} + s\lambda_{10}\lambda_{11}^* \right) + \\ + rs \left(\lambda_8\lambda_9^*\lambda_{10}^*\lambda_{11} + \lambda_8^*\lambda_9\lambda_{10}\lambda_{11}^* - |\lambda_8|^2|\lambda_{11}|^2 - |\lambda_9|^2|\lambda_{10}|^2 \right) = 0. \end{aligned} \quad (59)$$

РВУ, эквивалентное тензорной системе (17) – (23), получится, если положить:

$$\begin{aligned} f|\lambda_1|^2 + g|\lambda_2|^2 + h|\lambda_3|^2 &= |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\sigma|^2, \\ p\lambda_4^*\lambda_5 + p\lambda_4\lambda_5^* + q\lambda_6^*\lambda_7 + q\lambda_6\lambda_7^* &= |\alpha|^2 + 1, \end{aligned} \quad (60)$$

Соотношениям (60) можно удовлетворить, выбрав, например:

$$\lambda_1 = \beta, \quad \lambda_2 = \sqrt{2(|\gamma|^2 + |\sigma|^2)}, \quad \lambda_3 = \sqrt{|\gamma|^2 + |\sigma|^2},$$

$$\lambda_4 = -\lambda_5 = \frac{i|\alpha|}{\sqrt{2}}, \lambda_6 = \lambda_7 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \lambda_8 = -\lambda_9 = \frac{i|\rho|}{\sqrt{2}}, \lambda_{10} = \lambda_{11} = \frac{|\delta|}{\sqrt{2}}, \quad (61)$$

$$f = g = -h = -p = q = -r = s = 1. \quad (62)$$

Равенства (62), в свою очередь, приводят к следующим значениям элементов $\eta_{\tau\tau}^s$, матрицы лоренц-инвариантной билинейной формы η :

$$\eta_{11}^0 = -\eta_{22}^0 = \eta_{33}^0 = \eta_{66}^0 = -\eta_{77}^0 = \eta_{22}^1 = -\eta_{33}^1 = -\eta_{45}^1 = -\eta_{66}^1 = \eta_{77}^1 = \eta_{89}^1 = 1. \quad (63)$$

Спиновые блоки C^0 (55), $(C^1)'$, $(C^1)''$ (56) в соответствии с (61), (62) принимают вид:

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \beta & \sqrt{2|\gamma|^2 + |\sigma|^2} & \sqrt{|\gamma|^2 + |\sigma|^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2|\gamma|^2 + |\sigma|^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{|\gamma|^2 + |\sigma|^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (64)$$

$$C^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & i|\alpha| & -i|\alpha| \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -i|\alpha| & 1 & 0 & 0 \\ i|\alpha| & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(C^1)'' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & i|\rho| & -i|\rho| \\ 0 & 0 & \delta & \delta \\ -i|\rho| & \delta & 0 & 0 \\ i|\rho| & \delta & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (65)$$

Вид блоков η^0, η^1 матрицы

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_0 & \\ & \eta_1 \otimes I_3 \end{pmatrix} \quad (66)$$

вытекает из (63):

$$\eta^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (67)$$

$$\eta^1 = \begin{pmatrix} . & 1 & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & -1 & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & -1 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & -1 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & -1 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & 1 & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & 1 & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & 1 & . \end{pmatrix}. \quad (68)$$

Спиновый блок C^0 (63) имеет один (с точностью до знака) ненулевой корень

$$\pm \sqrt{|\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\sigma|^2}, \quad (69)$$

который соответствует массе скалярного бозона

$$m^{(0)} = \frac{m}{\sqrt{|\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\sigma|^2}}. \quad (70)$$

Блок $(C^1)'$ имеет корни $\pm 1, \pm |\alpha|$. Первый из них в силу проективности матрицы Γ_0 (49) относится к безмассовому векторному полю максвелловского типа, второй – к векторной частице с массой

$$m_1^{(1)} = \frac{m}{|\alpha|}. \quad (71)$$

Корни $\pm |\delta|, \pm |\rho|$ блока $(C^1)''$ соответствуют массам

$$m_2^{(1)} = \frac{m}{|\delta|}, \quad m_3^{(1)} = \frac{m}{|\rho|} \quad (72)$$

двух других векторных частиц, описание которых также содержится в обсуждаемом РВУ и эквивалентной ему тензорной системе (17) – (23).

Закключение

Итак, набор неприводимых представлений (48) позволяет построить релятивистское волновое уравнение, описывающее векторное поле с четырьмя типами квантов – одним безмассовым и тремя массивными. При этом в теории с необходимостью возникает скалярная частица с ненулевой массой, которая, собственно, и обеспечивает единство компонентов указанного микрообъекта. Векторная составляющая последнего может интерпретироваться как электрослабое поле, а скалярное – как линейный аналог бозона Хиггса. Линейный характер уравнения (45), описывающего скалярную частицу, связан с тем, что вопрос о происхождении массы не затрагивается в теории РВУ, рамками которой мы ограничиваемся. Наличие или отсутствие массы является в данной теории заданным фактом, поэтому нет необходимости вводить в (45) нелинейные члены.

Таким образом, предлагаемая нами модель, не вступая в противоречие с общепринятым хиггсовским механизмом генерации массы, позволяет указать на еще одну возможную причину появления скалярной составляющей в теории векторного электрослабого поля. Однако если вместо хиггсовского механизма рассматривать иной способ генерации массы, например подход Кальба – Рамонда [5], то мы приходим к альтернативной модели электрослабого взаимодействия, в которой скалярный бозон играет исключительно роль связующей компоненты для векторных составляющих электрослабого поля.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гельфанд, И. М. Представления группы вращений и группы Лоренца / И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро. – М : Физматгиз, 1958. – 368 с.
2. Федоров, Ф. И. Обобщенные релятивистские волновые уравнения / Ф. И. Федоров // Доклады АН СССР. – 1952. – Т. 82, № 1. – С. 37–40.
3. Богуш, А. А. Введение в полевую теорию элементарных частиц / А. А. Богуш. – Мн. : Наука и техника, 1981. – 390 с.
4. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев – Мн. : Бел. навука, 2015. – 326 с.
5. Kalb, M. Classical direct interesting action / M. Kalb, P. Ramond // Physical Review D. – 1974. – Vol. 9, nr 8. – P. 2273–2284.

REFERENCES

1. Gel'fand, I. M. Predstavleniya gruppy vraschcheniy i gruppy Lorentsa / I. M. Gel'fand, R. A. Minlos, Z. Ya. Shapiro. – M. : Fizmatgiz, 1958. – 368 s.
2. Fedorov, F. I. Obobshchennye relativistskiye volnovye uravneniya / F. I. Fedorov // Doklady AN SSSR. – 1952. – T. 82, № 1. – S. 37–40.
3. Bogush, A. A. Vvedeniye v polevuyu teoriyu elementarnykh chastits / A. A. Bogush // Mn. : Nauka i tekhnika, 1981. – 390 s.
4. Pletyukhov, V. A. Relativistskiye volnovye uravneniya i vnutrennie stepeni svobody / V. A. Pletyukhov, V. M. Red'kov, V. I. Strazhev. – Mn. : Bel. navuka, 2015. – 326 s.
5. Kalb, M. Classical direct interesting action / M. Kalb, P. Ramond // Physical Review D. – 1974. – Vol. 9, nr 8. – P. 2273–2284.

Рукапіс наступіў у рэдакцыю 15.04.2026