

УДК 517.5

И.П. Приймас, Т.А. Степанюк, Ю.И. Харкевич**АППРОКСИМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА ИНТЕГРАЛОВ ВЕЙЕРШТРАССА НА КЛАССАХ H_ω**

Работа посвящена решению одной из задач теории приближения – задачи об исследовании аппроксимативных свойств интегралов Вейерштрасса $W_\delta(f; x)$ на классах $H_\omega := \{ \varphi \in C : |\varphi(t) - \varphi(t')| \leq \omega(|t - t'|) \forall t, t' \in \mathbb{R} \}$. Решена задача Колмогорова–Никольского для интегралов Вейерштрасса на классах H_ω в равномерной метрике.

1. Постановка задачи и некоторые исторические сведения

Рассмотрим краевую задачу в единичном круге для уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0. \quad (1)$$

Решение уравнения (1), которое удовлетворяет граничному условию

$$u(\rho, x)|_{\rho=1} = f(x), \quad -\pi \leq x \leq \pi, \quad (2)$$

где $f(x)$ суммируемая 2π -периодическая функция, далее будем обозначать $W_\rho(f; x) = u(\rho, x)$. Тогда решение граничной задачи (1)–(2) можно записать в виде

$$W_\rho(f; x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x+t) \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{k^2} \cos kt \right\} dt, \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (3)$$

Величину (3) принято называть интегралом Вейерштрасса функции f . Положив $\rho = e^{-\frac{1}{\delta}}$, интеграл Вейерштрасса запишем в виде

$$W_\delta(f; x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x+t) \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{k^2}{\delta}} \cos kt \right\} dt, \quad \delta > 0.$$

Пусть C – пространство 2π -периодических непрерывных функций, в котором норма задается при помощи равенства

$$\|f\|_C = \max_t |f(t)|.$$

Модулем непрерывности функции $f(x)$ непрерывной на отрезке $[a; b]$ (например, [1, с. 12]) называют функцию $\omega(t) = \omega(f, t)$, определенную для $t \in [0; b-a]$ при помощи равенства

$$\omega(t) = \omega(f, t) = \sup_{0 \leq h \leq t} \max_{a \leq x \leq b-h} |f(x+h) - f(x)| = \sup_{\substack{|x'-x''| \leq t, \\ x', x'' \in [a, b]}} |f(x') - f(x'')|.$$

Пусть $\omega = \omega(t)$ – произвольный фиксированный модуль непрерывности. Говорят, что функция $f(x) \in C$ принадлежит к классу H_ω , если ее модуль непрерывности $\omega(f, t)$ удовлетворяет условию

$$\omega(f, t) \leq \omega(t),$$

или каковы бы ни были точки $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$, справедливо

$$|f(t_1) - f(t_2)| \leq \omega(|t_1 - t_2|).$$

Через W^r обозначают множество 2π -периодических функций, которые имеют абсолютно непрерывные производные до $(r-1)$ -го порядка включительно и $|f^{(r)}(t)| \leq 1$.

Задачу об отыскании асимптотических равенств для величины

$$\mathcal{E}(\mathfrak{N}; W_\delta)_C = \sup_{f \in \mathfrak{N}} \|f(x) - W_\delta(f; x)\|_C,$$

где $\mathfrak{N} \subseteq C$ – заданный класс функций, будем называть, следуя А.И. Степанцу [1, с. 8], задачей Колмогорова–Никольского.

Если в явном виде найдена функция $\varphi(\delta) = \varphi(\mathfrak{N}; W_\delta; \delta)$, такая, что при $\delta \rightarrow \infty$

$$\mathcal{E}(\mathfrak{N}; W_\delta)_C = \varphi(\delta) + o(\varphi(\delta)),$$

то говорят, что решена задача Колмогорова–Никольского для интеграла Вейерштрасса W_δ на классе $\mathfrak{N}$ в метрике пространства C .

Аппроксимативные свойства метода приближения интегралами Вейерштрасса на классах дифференцируемых функций исследовались многими учеными.

Аппроксимативные свойства интегралов Вейерштрасса впервые исследовались в работе П.П. Коровкина [2] в 1959 году: а именно им была решена задача Колмогорова–Никольского для класса Z_1 и оператора Вейерштрасса

$$\mathcal{E}(Z_1; W_\rho)_C = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{1-\rho} + O(1-\rho), \quad \rho \rightarrow 1-,$$

$$Z_\alpha = \{f(x) \in C : |f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)| \leq 2|h|^\alpha\}, \quad 0 < \alpha \leq 2, \quad |h| \leq 2\pi.$$

Также им было доказано, что интегралы Вейерштрасса осуществляют наилучшее асимптотическое приближение на классе Z_2 среди операторов типа

$$L_\rho(f; x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x+t) \left\{ \frac{1}{2} + \rho \cos t + \sum_{k=2}^{\infty} \lambda_k(\rho) \cos kt \right\} dt, \quad 0 < \rho < 1,$$

и отмечено, что, например, интеграл Пуассона аппроксимирует класс Z_2 приблизительно в три раза медленнее, чем оператор Вейерштрасса.

Далее Л.И. Баусовым [3] в 1961 году результат Коровкина был обобщен на классы Z_α , $0 < \alpha \leq 2$,

$$\mathcal{E}(Z_\alpha; W_\rho)_C = \frac{2^\alpha}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) (1-\rho)^{\frac{\alpha}{2}} + o\left((1-\rho)^{\frac{\alpha}{2}}\right), \quad \rho \rightarrow 1-,$$

а в 1965 году в работе [4] на классы $W_{\beta, \infty}^r$.

В 1975 году В.А. Баскаков [5] получил асимптотические равенства для величин $\mathcal{E}(W_\infty^1; W_\delta)_C$, $\mathcal{E}(H^\alpha; W_\delta)_C$ при $\delta \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(W^1; W_\delta)_C = & \frac{2}{\sqrt{\pi\delta}} \left\{ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-(k\pi)^2 \delta} \left(\frac{3}{2} - \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{(2i-1)!!}{2^{i+1} (2k\pi)^{2i}} \frac{1}{\delta^i} \right) - \right. \\ & \left. - \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{1}{4}(2k-1)^2 \pi^2 \delta} \left(\frac{3}{2} - \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{(2i-1)!!}{2^{i+1} ((2k-1)\pi)^{2i}} \frac{1}{\delta^i} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mathcal{E}(H^\alpha; W_\delta)_C = \frac{2^\alpha}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\delta^{\frac{\alpha}{2}}} \Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) + O\left(e^{-H\delta}\right), \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad 0 < H \leq \frac{\pi^2}{4}. \quad (5)$$

Из равенства (4) следует, что

$$\mathcal{E}(W^1; W_\delta)_C = \frac{2}{\sqrt{\pi\delta}} + O\left(\frac{e^{-H\delta}}{\sqrt{\delta}}\right), \quad 0 < H \leq \frac{\pi^2}{4}. \quad (6)$$

В 2001 году Л.П. Фалалеев [6] уточнил результат Л.И. Баусова (равенство (1.21)), то есть, нашел более точный за порядком остаточный член

$$\mathcal{E}(Z_\alpha; W_\rho)_C = \frac{2^\alpha}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) (1-\rho)^{\frac{\alpha}{2}} + \Delta(\rho, \alpha), \quad \rho \rightarrow 1-,$$

$$\Delta(\rho, \alpha) = \begin{cases} O\left((1-\rho)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right), & 0 < \alpha < 1, \\ O\left((1-\rho) \ln \frac{1}{1-\rho}\right), & 1 \leq \alpha < 2. \end{cases}$$

В 2007 году в работах И.В. Кальчук и Ю.И. Харкевича [7; 8] была решена задача Колмогорова–Никольского для интегралов Вейерштрасса на классах (ψ, β) -дифференцируемых функций.

В тоже время аппроксимативные свойства интегралов Вейерштрасса на классах H_ω не были исследованы. Поэтому возник вопрос об отыскании асимптотических равенств для точных верхних граней отклонения функций из классов H_ω от их интегралов Вейерштрасса в равномерной метрике.

Основная цель данной работы – изучение асимптотического поведения величин

$$\mathcal{E}(H_\omega; W_\delta)_C = \sup_{f \in H_\omega} \|f(x) - W_\delta(f, x)\|_C, \quad \delta \rightarrow \infty.$$

2. Приближение интегралов Вейерштрасса функциями из класса H_ω в равномерной метрике

Имеет место следующая теорема.

Теорема. Для произвольного фиксированного модуля непрерывности $\omega(t)$ в принятых выше обозначениях справедливо равенство

$$\mathcal{E}(H_\omega; W_\delta)_C = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (\omega(t))_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt, \quad \delta > 0, \quad (7)$$

где $(\omega(t))_{2\pi}$ – четное 2π -периодическое продолжение функции $f(t) = \omega(t)$, $0 \leq t \leq \pi$, на всю числовую ось.

Доказательство.

Чтобы показать справедливость теоремы, запишем сначала интеграл Вейерштрасса в виде известного сингулярного интеграла. Для этого ядро интеграла Вейерштрасса представим в виде

$$K_\delta(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{k^2}{\delta}} \cos kt = \frac{1}{2} \varphi_\delta(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_\delta(k),$$

где $\varphi_\delta(k) := e^{-\frac{k^2}{\delta}} \cos kt$.

Применяя формулу суммирования Пуассона (например, [9, с. 72]), получим, что

$$K_\delta(t) = \sqrt{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \Phi_\delta(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_\delta(2\pi k) \right\}, \quad (8)$$

где $\Phi_\delta(u)$ – косинус преобразование Фурье функции $\varphi_\delta(u)$, то есть

$$\Phi_\delta(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \varphi_\delta(z) \cos zudz = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{z^2}{\delta}} \cos zt \cos zudz =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{z^2}{\delta}} \cos z(u+t) dz + \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{z^2}{\delta}} \cos z(u-t) dz = I_1 + I_2.$$

Используя формулу из ([10, с. 494])

$$\int_0^\infty e^{-\beta x^2} \cos bx dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \exp\left(-\frac{b^2}{4\beta}\right), \quad \operatorname{Re} \beta > 0,$$

найдем значения интегралов I_1 и I_2 :

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{z^2}{\delta}} \cos z(u+t) dz = \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\delta(u+t)^2}{4}}, \quad (9)$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{z^2}{\delta}} \cos z(u-t) dz = \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\delta(u-t)^2}{4}}. \quad (10)$$

Итак, учитывая (8)–(10), имеем

$$\Phi_\delta(u) = \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{2}} \left(e^{-\frac{\delta(u+t)^2}{4}} + e^{-\frac{\delta(u-t)^2}{4}} \right).$$

Отсюда

$$K_\delta(t) = \sqrt{2\pi} \left\{ \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} + \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{2}} \sum_{k=1}^\infty \left(e^{-\frac{\delta(2\pi k+t)^2}{4}} + e^{-\frac{\delta(2\pi k-t)^2}{4}} \right) \right\} = \frac{\sqrt{\pi\delta}}{2} \sum_{k=-\infty}^\infty e^{-\frac{\delta(2\pi k+t)^2}{4}},$$

и соответственно

$$\begin{aligned} W_\delta(f; x) &= \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{\pi\delta}}{2} \int_{-\pi}^\pi f(x+t) \sum_{k=-\infty}^\infty e^{-\frac{\delta(2\pi k+t)^2}{4}} dt = \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^\infty \int_{-\pi}^\pi f(x+t) e^{-\frac{\delta(2\pi k+t)^2}{4}} dt = \\ &= \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^\infty f(x+t)_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt. \end{aligned}$$

Рядом с функцией $f(t)$ рассмотрим функцию $f_1(t) := f(t+x)$. Тогда $f_1(0) - W_\delta(f_1, 0) = f(x) - W_\delta(f, x)$.

Так как функции $f(t)$ и $f_1(t)$ одновременно принадлежат классу H_ω , то делаем выводы, что $\mathcal{E}(H_\omega; W_\delta)_C = \sup_{f \in H_\omega} |f(0) - W_\delta(f, 0)|$.

Для каждой функции $f(x)$ с класса H_ω построим функцию $f_2(x) := f(x) - f(0)$. Очевидно, что функция $f_2(x)$ принадлежит к классу H_ω , причем $f_2(0) = 0$. Отсюда

$$W_\delta(f_2; 0) = W_\delta(f; 0) - f(0),$$

то есть

$$\mathcal{E}(H_\omega; W_\delta)_C = \sup_{\substack{f \in H_\omega \\ f(0)=0}} \left| \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^\pi f(t) K_\delta(t) dt \right| = \frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{\pi}} \sup_{\substack{f \in H_\omega \\ f(0)=0}} \left| \int_{-\infty}^\infty (f(t))_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt \right|.$$

Учитывая четность ядра $K_\delta(t)$, нам достаточно ограничиться только случаем четных функций $f(x)$. Это значит, что

$$\mathcal{E}(H_\omega; W_\delta)_C = \sup_{f \in H_1} \left| \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (f(t))_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt \right|, \quad (11)$$

где H_1 – множество четных функций $f \in H_\omega$, таких что $f(0) = 0$. Какой бы ни была функция $f \in H$,

$$\left| \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty f(t) e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt \right| \leq \left| \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \omega(t) e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt \right|. \quad (12)$$

С другой стороны, так как $e^{-\frac{\delta t^2}{4}} > 0$, то для функции $f_0(t) \in H_1$,

$$f_0(t) = \omega(|t|), \quad |t| \leq \pi,$$

будем иметь

$$\frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (f(t))_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (\omega(t))_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt. \quad (13)$$

Итак, согласно (11)–(13) получаем (7).

Теорема доказана.

Следствие 1. Если в равенстве (7) положить $\omega(t) = t$, то при $\delta \rightarrow \infty$ получим асимптотическое равенство

$$\mathcal{E}(W^1; W_\delta)_C = \frac{2}{\sqrt{\pi\delta}} + O\left(\frac{e^{-H\delta}}{\sqrt{\delta}}\right), \quad 0 < H \leq \frac{\pi^2}{4}. \quad (14)$$

Доказательство.

Действительно,

$$\mathcal{E}(W^1; W_\delta)_C = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (t)_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\pi t e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt + \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty (t)_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt, \quad (15)$$

$$\frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\pi t e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{\delta} \left(1 - e^{-\frac{\delta \pi^2}{4}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi\delta}} + O(1) \frac{1}{\sqrt{\delta}} e^{-\frac{\delta \pi^2}{4}}. \quad (16)$$

Используя формулу (например, [11, с. 33])

$$1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2} dz = \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{\pi z}} \left[1 + \sum_{k=1}^\infty (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k-1)}{(2z^2)^k} \right],$$

найдем оценку второго интеграла из правой части (15)

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty (t)_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt &\leq \frac{\pi\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt = \sqrt{\pi\delta} \frac{2}{\sqrt{\delta}} \int_{\frac{\pi\sqrt{\delta}}{2}}^\infty e^{-t^2} dt = \\ &= 2\sqrt{\pi} \frac{e^{-\frac{\pi^2\delta}{4}}}{\sqrt{\pi} \frac{\pi\sqrt{\delta}}{2}} \left[1 + \sum_{k=1}^\infty (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k-1)}{\left(\frac{\pi^2\delta}{2}\right)^k} \right] < K \frac{1}{\sqrt{\delta}} e^{-\frac{\delta \pi^2}{4}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Объединив (15)–(17), получаем (14).

Следует отметить, что равенство (14) совпадает со следствием (6) из результата В.А. Баскакова.

Следствие 2. Если в равенстве (17) положить $\omega(t) = t^\alpha$, $0 \leq \alpha < 1$, то при $\delta \rightarrow \infty$ получим асимптотическое равенство

$$\mathcal{E}(H^\alpha; W_\delta)_C = \frac{2^\alpha}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\delta^\alpha} \Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) + O(e^{-H\delta}), \quad 0 < H \leq \frac{\pi^2}{4}. \quad (18)$$

Доказательство.

Действительно,

$$\mathcal{E}(H^\alpha; W_\delta)_C = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (t^\alpha)_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\pi t^\alpha e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt + \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty (t^\alpha)_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt. \quad (19)$$

Учитывая формулу 860.17 из [12]

$$\int_0^\infty t^\alpha e^{-\frac{t^2}{4}} dt = 2^\alpha \Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right), \quad \alpha > -1,$$

получим, что

$$\frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\pi t^\alpha e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \left(\int_0^\infty t^\alpha e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt - \int_\pi^\infty t^\alpha e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt \right) = \frac{2^\alpha}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\delta^\alpha} \Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) - \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty t^\alpha e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt, \quad (20)$$

$$\frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty t^\alpha e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt < \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty t e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{\delta} e^{-\frac{\delta \pi^2}{4}} < \frac{K}{\sqrt{\delta}} e^{-\frac{\delta \pi^2}{4}}. \quad (21)$$

Принимая во внимание (17), получаем

$$\frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty (t^\alpha)_{2\pi} e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt \leq \frac{\pi^\alpha \sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \int_\pi^\infty e^{-\frac{\delta t^2}{4}} dt \leq K e^{-\frac{\delta \pi^2}{4}}. \quad (22)$$

Из (19)–(22) следует (18).

Следует отметить, что равенство (18) совпадает из результатом В.А. Баскакова (5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанец, А.И. Равномерные приближения тригонометрическими полиномами / А.И. Степанец. – К : Наук. думка, 1981. – 340 с.
2. Коровкин, П.П. О наилучшем приближении функций класса Z_2 некоторыми линейными операторами / П.П. Коровкин // Докл. АН СССР. – 1959. – Т. 127, № 3. – С. 143–149.
3. Баусов, Л.И. О приближении функций класса Z_α положительными методами суммирования рядов Фурье / Л.И. Баусов // Успехи мат. наук. – 1961. – Т. 16, № 3. – С. 201–210.
4. Баусов, Л.И. Линейные методы суммирования рядов Фурье с заданными прямоугольными матрицами, I / Л.И. Баусов // Известия вузов. – 1996. – Т. 55, № 6. – С. 5–17.
5. Баскаков, В.А. О некоторых свойствах операторов типа операторов Абеля – Пуассона / В.А. Баскаков // Мат. заметки. – 1975. – Т. 17, № 2. – С. 169–180.
6. Фалалеев, Л.П. О приближении функций обобщенными операторами Абеля – Пуассона / Л.П. Фалалеев // Сиб. мат. журн. – 2001. – Т. 42, №4. – С. 926–936.
7. Kharkevych, Yu.I. V. Approximation of (ψ, β) -differentiable functions by Weierstrass integrals / Yu.I. Kharkevych, I.V. Kal'chuk // Ukr. math. journal. – 2007. – Vol. 59, № 7. – P. 953–978.
8. Kal'chuk, I.V. Approximation of (ψ, β) -differentiable functions defined on the real axis by Weierstrass operators / I.V. Kal'chuk // Ukr. math. journal. – 2007. – Vol. 59, № 9. – P. 1201–1220.
9. Титмарш, Е. Введение в теорию интегралов Фурье / Е. Титмарш. – М.–Л., 1948.

10. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик – М. : Физматиз, 1963. – 1100 с.

11. Лебедев, Н.Н. Специальные функции и их приложения / Н.Н. Лебедев. – М. : Физматиз, 1963. – 359 с.

12. Двайт, Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. – М., 1973.

I.P. Pryjmas, T.A. Stepaniuk, Yu.I. Kharkevych. Approximative Properties of Weierstrass Integrals on the Classes H_ω

The article focuses on the solution to one of the problems of the Approximation's Theory, the problem about researching approximative properties of Weierstrass integrals $W_\delta(f; x)$ on the classes $H_\omega := \left\{ \varphi \in C : |\varphi(t) - \varphi(t')| \leq \omega(|t - t'|) \quad \forall t, t' \in \mathbb{R} \right\}$. We solved the problem of Kolmogorov-Nikolsky for Weierstrass integrals on the classes H_ω in the uniform metric.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 05.09.2012