

Николай Никитич Сендер

канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. фундаментальной математики
Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина

Nikolai Sender

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics
of Brest State A. S. Pushkin University

e-mail: sender@brsu.by

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЭЛЛИПСОМЕТРИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ ГИРОТРОПИИ КРИСТАЛЛОВ СРЕДНИХ СИНГОНИЙ
В ОТРАЖЕННОМ СВЕТЕ**

Рассмотрена задача о распространении света в гиротропных кристаллах с антисимметричной частью тензора гирации. Получено общее решение уравнения $(1 - \tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha + \tilde{m}^*\varepsilon^{-1}\tilde{m}^* + i\tilde{\Gamma}^*)\vec{H} = 0$ для вектора магнитного поля собственных волн \vec{H} , применимое к кристаллам всех сингоний. Рассмотрены кристаллы средних и низших сингоний с тензором гирации $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2(\vec{c}, \vec{c}) + \alpha_0\vec{c}^*$. Показано что, для средних сингоний, в квазиобыкновенной волне, если \vec{n} и \vec{c} не ортогональны, всегда имеется составляющая магнитного поля вдоль направления распространения, тогда как в квазиобыкновенной волне такая составляющая появляется только при наличии несимметричной части тензора α . Показано, что гиротропия кристаллов планальных классов средних сингоний проявляется не только в эллиптичности отраженного света, но и в дополнительном скачке фаз отраженных волн, особенно заметном вблизи угла Брюстера. Гиротропия таких кристаллов проявляется тем заметнее, чем ближе показатель преломления окружающей среды к показателям преломления кристалла. Приведенные расчеты верны для идеальной поверхности кристалла, но переходный слой может оказывать влияние на эллиптичность отраженного света, на скачки фаз, а также на модули недиагональных элементов. Оценено влияние переходного слоя.

Ключевые слова: эллипсометрия, параметры гиротропии, кристаллы средних и низших сингоний, тензор гирации.

**Investigation of Possibilities of Ellipsometric Determination
of Gyrotropy Parameters of Crystals of Middle Syngonies in Reflected Light**

The problem of light propagation in gyrotropic crystals with antisymmetric part of the gyration tensor is considered. The general solution of the equation $(1 - \tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha + \tilde{m}^*\varepsilon^{-1}\tilde{m}^* + i\tilde{\Gamma}^*)\vec{H} = 0$ for the vector of the magnetic field of its own waves \vec{H} applicable to crystals of all syngonies is obtained. Crystals of the average and lower crystal systems with the tensor of gyration $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2(\vec{c}, \vec{c}) + \alpha_0\vec{c}^*$ are considered. It is shown, that for. It is shown that for the average syngonies in a quasi-ordinary wave, if \vec{n} and \vec{c} are not orthogonal, there is always a component the magnet field along the propagation direction, whereas in a quasi-ordinary wave such component appears only in the presence of an asymmetric part of the tensor α . It is shown that gyrotropy of crystals of planal class of middle syngony manifests itself not only in ellipticity of the reflected light, but also in the additional phase jump of the reflected waves, especially near the Brewster angle. Gyrotropy of such crystals manifests itself the more noticeable the closer the refractive index of the environment to the refractive indices of the crystal. The calculations correct for a perfect crystal surface, but the transition layer can affect the ellipticity of the reflected light, jump phases and modules of the nondiagonal elements. The influence of the transition layer.

Key words: ellipsometry, gyrotropy parameters, crystals of middle and lower syngonies, gyration tensor.

Введение

Для выяснения особенностей проявления гиротропии, связанной с антисимметричной частью тензора α , вначале рассмотрим вопрос о распространении света в кристаллах средних и низших сингоний, тензор которых наряду с симметричной

содержит и антисимметричную часть. Затем проанализируем решение задачи отражения света от границы с кристаллами планальных классов средних сингоний для случая, когда оптическая ось кристалла лежит в плоскости падения. Этот случай проанализируем подробно, причем граничную задачу решим модифицированным методом с целью выяснения возможности измерений параметров гиротропии для кристаллов средних сингоний эллипсометрическим методом в отраженном свете.

Распространение света в кристаллах с антисимметричной частью тензора гирации

Как известно, электромагнитное поле в среде без зарядов и токов описывается уравнениями Максвелла [1]:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \operatorname{div}\vec{B} = 0, \operatorname{div}\vec{D} = 0. \quad (1)$$

Здесь \vec{E} и \vec{H} – векторы напряженностей электрического и магнитного полей, \vec{D} и \vec{B} – векторы индукции тех же полей. Считаем, что в среде отсутствуют свободные электрические заряды и токи. Ограничимся далее решением уравнения Максвелла (1) в виде плоских гармонических волн, векторы поля и индукции которых пропорциональны $\exp i(\omega t - (\vec{k}, \vec{r}))$, где ω – круговая частота электромагнитного поля в среде; $\vec{k} = \frac{\omega}{v} \vec{n}$ – волновой вектор; v – фазовая скорость волны в среде; \vec{n} – единичный вектор волновой нормали.

Введем вектор рефракции [2; 3]

$$\vec{m} = N\vec{n} = \frac{c}{\omega} \vec{k}, \quad (2)$$

где N – показатель преломления среды. Тогда уравнения (1) с учетом (2) можно записать в форме [1; 2]:

$$\vec{D} = -[\vec{m}, \vec{H}], \vec{B} = [\vec{m}, \vec{E}], (\vec{m}, \vec{D}) = (\vec{m}, \vec{B}) = 0. \quad (3)$$

Уравнения (3) необходимо дополнить уравнениями связи и граничными условиями. Будем использовать уравнения связи [1]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + i\alpha \vec{H}, \vec{B} = \mu \vec{H} - i\tilde{\alpha} \vec{E}, \quad (4)$$

где ε, μ – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости, α – псевдотензор гирации (для краткости псевдотензор будем называть тензором), $\tilde{\alpha}$ – тензор, полученный транспонированием тензора α .

Выбранная система уравнений связи (4) имеет преимущества по сравнению с другими системами. Так, закон сохранения энергии соблюдается в обычной форме, а также не изменяются выражения для вектора плотности потока энергии и обычные граничные условия, т. е. они имеют вид [1; 2]:

$$[\vec{E}_1 - \vec{E}_2, \vec{q}] = 0, [\vec{H}_1 - \vec{H}_2, \vec{q}] = 0, (\vec{D}_1 - \vec{D}_2, \vec{q}) = 0, (\vec{B}_1 - \vec{B}_2, \vec{q}) = 0, \quad (5)$$

где \vec{q} – единичный вектор нормали к границе раздела двух сред, направленный из среды 1 в среду 2.

Уравнения Максвелла (3) и материальные уравнения (4) представляют собой полную систему уравнений.

Знание одного из векторов поля или индукции позволяет с помощью (3), (4) установить вид трех остальных.

Исключая из (3) и (4) \vec{D} , \vec{B} и \vec{E} (в оптическом диапазоне $\mu=1$), приходим к уравнению для вектора магнитного поля собственных волн \vec{H} [1; 2]:

$$\left(1 - \tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha + \vec{m}^{\times}\varepsilon^{-1}\vec{m}^{\times} + i\vec{\Gamma}^{\times}\right)\vec{H} = 0, \quad (6)$$

где $\vec{\Gamma}$ – вектор гирации, который имеет вид [1; 2]

$$\vec{\Gamma} = \left(\text{Sp}(\tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}) - \varepsilon^{-1}\alpha\right)\vec{m}, \quad (7)$$

где Sp – означает след тензора, \vec{m}^{\times} – антисимметричный тензор, дуальный вектору рефракции \vec{m} [1; 2].

Из уравнения (6) следует уравнение нормалей для определения показателей преломления собственных волн [1; 2]

$$\left|1 - \tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha + \vec{m}^{\times}\varepsilon^{-1}\vec{m}^{\times} + i\vec{\Gamma}^{\times}\right| = 0. \quad (8)$$

Для дальнейшего удобно получить общее решение уравнения (6). С этой целью разложим вектор \vec{H} следующим образом:

$$\vec{H} = a_1\vec{h}_+ + a_2\vec{h}_- + a_3\vec{n},$$

где \vec{h}_{\pm} – векторы поляризации собственных волн в кристалле (не обязательно единичные) в отсутствии гиротропии, \vec{n} – единичный вектор волновой нормали.

Фактически используемый нами подход представляет собой модификацию метода связанных волн [4], двух поперечных \vec{h}_+ , \vec{h}_- и продольной волны, распространяющейся вдоль \vec{n} .

Умножая (6) слева на \vec{h}_{\pm} и \vec{n} , получим систему однородных уравнений, из которых найдем поляризации \vec{h}_1 и \vec{h}_2 собственных волн гиротропного кристалла.

Если учесть, что $(\vec{m}^{\times}\varepsilon^{-1}\vec{m}^{\times})\vec{h}_+ = (n^2/n_{\pm}^2)(\vec{m}_{\pm}, \varepsilon^{-1}\vec{m}_{\pm})\vec{h}_+ = -(n^2/n_{\pm}^2)\vec{h}_{\pm}$, n_{\pm} – показатели преломления для волн \vec{h}_{\pm} , то решение для $\vec{h}_{1,2}$ удобно представить в виде:

$$\vec{h}_1 = \vec{h}_+ + \kappa_1\vec{h}_- + p_1\vec{n}, \quad \kappa_1 = \frac{g_{12} + \Gamma_1\Gamma_2 - i\Gamma_3}{(1 - g_{33})(1 - n^2/n_-^2)\vec{h}_-^2 - g_{22} - \Gamma_1^2}, \quad (9)$$

$$p_1 = i(\Gamma_2 - \kappa_1\Gamma_1),$$

$$\vec{h}_2 = \vec{h}_- + \kappa_2\vec{h}_+ + p_2\vec{n}, \quad \kappa_2 = \frac{g_{12} - \Gamma_1\Gamma_2 + i\Gamma_3}{(1 - g_{33})(1 - n^2/n_+^2)\vec{h}_+^2 - g_{11} - \Gamma_2^2}, \quad (10)$$

$$p_2 = -i(\Gamma_1 - \kappa_2\Gamma_2).$$

В выражениях (9), (10) отброшены члены с параметрами гиротропии степени выше второй [5] и введены обозначения (отметим, что для изонормальных волн $[\vec{h}_+, \vec{h}_-] \parallel \vec{n}$):

$$g_{ik} = (\vec{h}_i, (\tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha)\vec{h}_k), \quad g_{i3} = (\vec{h}_i, (\tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha)\vec{n}),$$

$$i, k = 1, 2, \quad g_{33} = (\vec{n}, (\tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha)\vec{n}), \quad (11)$$

$$\Gamma_1 = -\vec{\Gamma}[\vec{n}, \vec{h}_-], \quad \Gamma_2 = \vec{\Gamma}[\vec{n}, \vec{h}_+], \quad \Gamma_3 = \vec{\Gamma}[\vec{h}_+, \vec{h}_-].$$

Величины $\kappa_{1,2}, p_{1,2}$ представляют собой параметры связи, невозмущенных за счет гиротропии решений уравнений Максвелла для волн \vec{h}_+, \vec{h}_- и продольной волны $\vec{h} \parallel \vec{n}$. Уравнение нормалей для определения показателей преломления сводится к виду $\kappa_1 \cdot \kappa_2 = 1$.

Векторы электрического поля найдем с помощью уравнений (3), (4)

$$\vec{e}_{1,2} = -\varepsilon^{-1}[\vec{m}, \vec{h}_{1,2}] - i\varepsilon^{-1}\alpha\vec{h}_{1,2}. \quad (12)$$

Подставляя сюда выражения (9), (10), получим:

$$\vec{e}_1 = (n/n_+)\vec{e}_+ + (n/n_-)\kappa_1\vec{e}_- - i\varepsilon^{-1}\alpha\vec{h}_+, \quad \vec{e}_2 = (n/n_-)\vec{e}_- + (n/n_+)\kappa_2\vec{e}_+ - i\varepsilon^{-1}\alpha\vec{h}_-,$$

$$\vec{e}_\pm = -\varepsilon^{-1}[\vec{m}_\pm, \vec{h}_\pm]. \quad (13)$$

При отсутствии гиротропии ($\alpha = 0$) $\kappa_{1,2} = p_{1,2} = 0$ и $\vec{h}_1 = \vec{h}_+, n = n_+, \vec{h}_2 = \vec{h}_-, n = n_-$. В прозрачных кристаллах (\vec{h}_\pm – линейные векторы) в направлениях, не совпадающих с направлением оптической оси, члены $1 - n^2/n_\pm^2$ пропорциональны величине линейного двулучепреломления, т. е. много больше остальных членов, входящих в выражения (9), (10).

Поэтому поляризация изонормальных волн определяется значением «продольной» составляющей Γ_3 вектора гирации ($\sim \pm i\Gamma_3 / (n_+^2 - n_-^2)$).

В направлении оптической оси $1 - n^2/n_\pm^2 \sim \Gamma_3$, поэтому в (9), (10) для определения поляризации изонормальных волн следует учитывать члены второго порядка малости [5]. Полученные выражения (9) и (10) общие и применимы к кристаллам всех сингоний.

Перейдем к рассмотрению кристаллов средних сингоний. В классах $3m, 4mm, 6mm$ имеем

$$\varepsilon^{-1} = 1/\varepsilon_0 + (1/\varepsilon_e - 1/\varepsilon_0)(\vec{c}, \vec{c}), \quad \alpha = -\tilde{\alpha} = \alpha_0\vec{c}^\times, \quad (14)$$

где \vec{c} – единичный вектор, направленный вдоль оптической оси кристалла, \vec{c}^\times – антисимметричный тензор, дуальный вектору \vec{c} , $\varepsilon_0 = n_0^2, \varepsilon_e = n_e^2, n_0, n_e$ – показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн.

Поляризация собственных волн в отсутствии гиротропии ($\alpha = 0$) определяется выражениями [1; 2]:

$$\begin{aligned}\vec{h}_1 \rightarrow \vec{h}_+ = \vec{h}_e = \varepsilon_0 [\vec{m}_e, \vec{c}], \vec{e}_e = \varepsilon_0 \vec{c} - (\vec{m}_e, \vec{c}) \vec{m}_e, \\ \vec{h}_2 \rightarrow \vec{h}_- = \vec{h}_0 = [\vec{m}_0, [\vec{m}_0, \vec{c}]], \vec{e}_0 = [\vec{m}_0, \vec{c}],\end{aligned}\quad (15)$$

где m_0, m_e – векторы рефракции обыкновенной и необыкновенной волн.

Учитывая далее только члены не выше первого порядка малости, из выражений (9) – (11) найдем:

$$\begin{aligned}\vec{h}_1 = \varepsilon_0 [\vec{m}_e, \vec{c}], \vec{e}_1 = \varepsilon_0 \vec{c} - (\vec{m}_e, \vec{c}) \vec{m}_e - i\alpha_0 [\vec{c}, [\vec{m}_e, \vec{c}]], \\ \vec{h}_2 = [\vec{m}_0, [\vec{m}_0, \vec{c}]] - i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} [\vec{m}_0, \vec{c}]^2 \vec{m}_0, \vec{e}_2 = \left(1 + i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} (\vec{m}_0, \vec{c})\right) [\vec{m}_0, \vec{c}],\end{aligned}\quad (16)$$

причем в линейном по α_0 приближении $n_{1,2} = n_{e,0}$.

Таким образом, в волне с индексом «1» (назовем ее квазиобыкновенной) вектор магнитного поля описывает эллипс в плоскости, перпендикулярной направлению колебаний электрического вектора.

Во второй волне – квазиобыкновенной, наоборот, эллипс, перпендикулярный вектору магнитного поля, описывает электрический вектор волны.

В одноосных кристаллах классов 3, 4, 6 тензор α имеет три независимых компоненты [1] $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 (\vec{c}, \vec{c}) + \alpha_0 \vec{c}^\times$.

Поскольку в них $\Gamma_3 = \varepsilon_0^2 [\vec{m}, \vec{c}]^2 (\gamma_1 - \gamma_2 (\vec{n}, \vec{c})^2)$, где

$$\varepsilon_0 \gamma_1 = \alpha_1 + (\alpha_1 + \alpha_2) \varepsilon_0 / \varepsilon_e, \quad \gamma_2 = \alpha_2 \varepsilon_e + \alpha_1 (\varepsilon_0 - \varepsilon_e) / (\varepsilon_0 \varepsilon_e),$$

то обычное эллиптическое двулучепреломление, обусловленное гиротропией, имеет место для всех направлений распространения, причем

$$\begin{aligned}\kappa_1 = -\frac{i\Gamma_3}{(1 - n_e^2/n_0^2) \vec{h}_e^2}, \quad p_1 = i\varepsilon_0 \gamma_2 n_e^2 (\vec{n}, \vec{c}) [\vec{n}, \vec{c}]^2, \\ \kappa_2 = -\frac{i\Gamma_3}{(1 - n_e^2/n_0^2) \vec{h}_0^2}, \quad p_2 = -i \frac{\alpha_0}{n_0} [\vec{m}_0, \vec{c}]^2.\end{aligned}\quad (17)$$

Таким образом, в квазиобыкновенной волне, если \vec{n} и \vec{c} не ортогональны, всегда имеется составляющая магнитного поля вдоль направления распространения, тогда как в квазиобыкновенной волне такая составляющая появляется только при наличии несимметричной части тензора α .

Рассмотрим теперь кристаллы низших сингоний. Введем правую тройку ортов $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3$, совпадающую с главными осями тензора ε .

Считаем, что орт \vec{U}_3 направлен вдоль кристаллографической оси z кристалла. Для кристаллов класса $mm2$ тензор α имеет вид [1]:

$$\alpha = \alpha_1 \left((\vec{U}_1, \vec{U}_2) + (\vec{U}_2, \vec{U}_1) \right) + \alpha_0 \vec{U}_3^\times.$$

Поскольку $\Gamma_3 \sim \vec{n}\vec{\Gamma} \sim (\vec{n}, \vec{U}_1)(\vec{n}, \vec{U}_2)$, то при распространении света в плоскостях симметрии кристалла, перпендикулярных \vec{U}_1 или \vec{U}_2 , вращение плоскости поляризации невозможно (включая и направления оптических осей).

Известно, что при отсутствии гиротропии собственные волны распространяются в плоскостях, перпендикулярных векторам \vec{U}_1 , \vec{U}_2 , \vec{U}_3 , полностью аналогичны обыкновенной и необыкновенной волнам в одноосных кристаллах [6]. Так для \vec{n} , лежащих в плоскости, ортогональной вектору \vec{U}_1 , имеем:

$$\vec{h}_+ = \vec{h}_e = \vec{U}_1 \parallel [\vec{m}_e, \vec{U}_3], \quad \vec{h}_- = \vec{h}_0 = [\vec{n}, \vec{U}_2] \parallel [\vec{m}_0, [\vec{m}_0, \vec{U}_3]], \quad (18)$$

$$n_+^2 = n_e^2 = \varepsilon_2 \varepsilon_3 / \left(\varepsilon_2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_2) (\vec{n}, \vec{U}_3)^2 \right), \quad n_-^2 = \varepsilon_1.$$

После несложных вычислений находим:

$$\begin{aligned} \vec{h}_1 = \vec{U}_1, \quad \vec{e}_1 = \frac{1}{\varepsilon_3} (\vec{m}, \vec{U}_2) \vec{U}_3 - \frac{1}{\varepsilon_2} (\vec{m}, \vec{U}_3) \vec{U}_2 - i \frac{(\alpha_0 + \alpha_1) \vec{U}_2}{\varepsilon_2}, \\ \vec{h}_2 = [\vec{n}, \vec{U}_1] - i \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\varepsilon_e} (\vec{m}, \vec{U}_2) \vec{n}, \quad \vec{e}_2 = \frac{n}{\varepsilon_1} (1 - i(\alpha_0 + \alpha_1) (\vec{m}, \vec{U}_3)) \vec{U}_1. \end{aligned} \quad (19)$$

В случае, когда свет распространяется в плоскости, ортогональной вектору \vec{U}_2 :

$$\begin{aligned} \vec{h}_1 = \vec{U}_2, \quad \vec{e}_1 = \frac{1}{\varepsilon_3} (\vec{m}, \vec{U}_1) \vec{U}_3 - \frac{1}{\varepsilon_1} (\vec{m}, \vec{U}_3) \vec{U}_1 + i \frac{(\alpha_0 - \alpha_1) \vec{U}_1}{\varepsilon_1}, \\ \vec{h}_2 = [\vec{n}, \vec{U}_2] - i \frac{\alpha_1 + \alpha_0}{\varepsilon_1} (\vec{m}, \vec{U}_1) \vec{n}, \quad \vec{e}_2 = \frac{n}{\varepsilon_2} (1 + i(\alpha_0 + \alpha_1) (\vec{m}, \vec{U}_3)) \vec{U}_2. \end{aligned} \quad (20)$$

Следовательно, поведение векторов поля в волне аналогично их поведению в случае планальных классов одноосных кристаллов.

Однако есть и отличие, которое заключается в том, что в кристаллах класса $mm2$ имеется две гирационные постоянные – α_0 и α_1 . Поэтому, если $\alpha_0 \sim \alpha_1$, то, как следует из (19), (20), частично происходит компенсация влияния одной и второй постоянных на поляризацию волн в кристалле.

В кристаллах класса m тензор α имеет четыре независимых параметра, которые удобно представить в виде компонент двумерных векторов \vec{a} и \vec{b} [1]: $((\vec{a}, \vec{U}_3) = (\vec{b}, \vec{U}_3) = 0) \quad \alpha = (\vec{b}, \vec{U}_3) + (\vec{U}_3, \vec{b}) + \vec{a}^\times$. Вычисляя Γ_3 , найдем

$$\Gamma_3 \sim (\vec{n}, \vec{\Gamma}) = (\vec{n}, \vec{U}_3) (\vec{R}, \vec{n}), \quad (21)$$

где вектор \vec{R} лежит в плоскости, ортогональной \vec{U}_3 , и имеет вид:

$$\vec{R} = \left(\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} \right) (\vec{b}, \vec{U}_1) - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{\varepsilon_3} \right) (\vec{a}, \vec{U}_2) \right) \vec{U}_1 + \left(\left(\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3} \right) (\vec{b}, \vec{U}_2) + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_3} \right) (\vec{a}, \vec{U}_1) \right) \vec{U}_2. \quad (22)$$

Следовательно, при распространении света в плоскости, ортогональной вектору \vec{R} или вектору \vec{U}_3 , обычное эллиптическое двулучепреломление отсутствует.

В последнем случае поляризация векторов поля определяется соотношениями:

$$\vec{h}_1 = \vec{U}_3, \quad \vec{e}_1 = \frac{(\vec{m}_e, \vec{U}_1)}{\varepsilon_2} \vec{U}_2 - \frac{(\vec{m}_e, \vec{U}_2)}{\varepsilon_1} \vec{U}_1 - i\vec{E}, \quad (23)$$

$$\vec{h}_2 = [\vec{n}, \vec{U}_3] - i\Gamma\vec{n}, \quad \vec{e}_2 = \frac{1}{n_0} \left(1 - \frac{i}{\varepsilon_3} \left((\vec{b}, [\vec{m}_0, \vec{U}_3]) + (\vec{a}, \vec{m}_0) \right) \right) \vec{U}_3,$$

$$n_0 = \sqrt{\varepsilon_3}, \quad n_e^2 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 / \left(\varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) (\vec{n}, \vec{U}_2)^2 \right),$$

$$\Gamma_3 = \frac{1}{\varepsilon_2} \left(-(\vec{a}, \vec{U}_1) - (\vec{b}, \vec{U}_2) \right) (\vec{m}, \vec{U}_2) + \frac{1}{\varepsilon_1} \left((\vec{a}, \vec{U}_2) + (\vec{b}, \vec{U}_1) \right) (\vec{m}, \vec{U}_1), \quad (24)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_1} \left((\vec{b}, \vec{U}_1) - (\vec{a}, \vec{U}_2) \right) \vec{U}_1 + \frac{1}{\varepsilon_1} \left((\vec{b}, \vec{U}_2) + (\vec{a}, \vec{U}_1) \right) \vec{U}_2.$$

Наконец, в классе 1 тензор α имеет 9 компонент, а соответствующие соотношения становятся весьма громоздкими, поэтому анализ этого случая возможен с привлечением численных методов.

Отражение света от границы с кристаллами планальных классов средних сингоний

Рассмотрим граничную задачу для главной плоскости падения с учетом материальных уравнений (4):

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + i\alpha \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} - i\tilde{\alpha} \vec{E},$$

где ε , μ – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости, $\tilde{\alpha}$ – тензор, полученный транспонированием тензора α , \vec{E} , \vec{H} – векторы напряженностей электрического и магнитных полей, \vec{D} , \vec{B} – векторы индукции тех же полей [1; 7]. Для кристаллов планальных классов средних сингоний тензор гирации имеет вид (14)

$$\varepsilon^{-1} = 1/\varepsilon_0 + (1/\varepsilon_e - 1/\varepsilon_0) (\vec{c}, \vec{c}), \quad \alpha = -\tilde{\alpha} = \alpha_0 \vec{c}^\times,$$

где \vec{c} – единичный вектор, направленный вдоль оптической оси кристалла, \vec{c}^\times – антисимметричный тензор, дуальный вектору \vec{c} , $\varepsilon_0 = n_0^2$, где n_0 – показатели преломления квазиобыкновенной волны, $\varepsilon_e = n_e^2$, где n_e – показатели преломления квазиобыкновенной волны [1,7].

Поле в граничащей с кристаллом среде, которую считаем изотропной, разложим на s и p – составляющие:

$$\vec{E} = A_s \vec{a} + A_p [\vec{n}, \vec{a}], \quad \vec{H} = [\vec{m}, \vec{E}], \quad (25)$$

где $\vec{m} = n\vec{n}$ – вектор рефракции, n – показатель преломления среды, из которой падает волна, \vec{n} – волновая нормаль, $\vec{a} = [\vec{m}, \vec{q}]$, \vec{q} – нормаль к границе раздела двух сред, $\vec{b} = [\vec{q}, \vec{a}]$ (рисунок 1) [8].

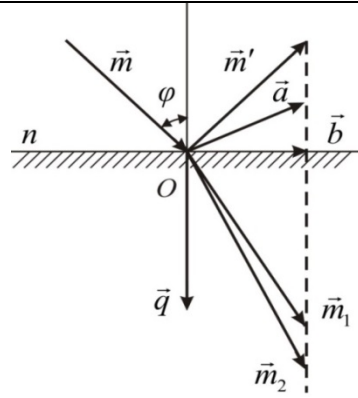


Рисунок 1 – Преломление и отражение света на границе изотропная среда – кристалл

В кристалле распространяются две собственные волны, поляризация которых оказывается специфической.

Вектор магнитного поля в квазиобыкновенной волне \vec{h}_0 и вектор электрического поля в квазинеобыкновенной волне \vec{e}_e описывают эллипсы в главной плоскости падения

$$\vec{h}_1 \rightarrow \vec{h}_+ = \vec{h}_e = \varepsilon_0 [\vec{m}_e, \vec{c}], \quad \vec{e}_e = \varepsilon_0 \vec{c} - (\vec{m}_e, \vec{c}) \vec{m}_e, \quad \vec{h}_2 \rightarrow \vec{h}_- = \vec{h}_0 = [\vec{m}_0, [\vec{m}_0, \vec{c}]], \quad \vec{e}_0 = [\vec{m}_0, \vec{c}], \quad (26)$$

а их тангенциальные составляющие имеют вид:

$$\begin{aligned} r_0 &= (\vec{h}_0, \vec{b}) = \eta_0 \left(\xi(\vec{q}, \vec{c}) - \eta_0(\vec{b}, \vec{c}) \right) - \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} \xi[\vec{m}_0, \vec{c}], \\ l_0 &= (\vec{l}_0, \vec{a}) = \left(1 + i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} (\vec{m}_0, \vec{c}) \right) (\vec{a}, [\vec{m}_0, \vec{c}]), \\ r_e &= (\vec{h}_e, \vec{a}) = \varepsilon_0 \left(\xi(\vec{q}, \vec{c}) - \eta_e(\vec{b}, \vec{c}) \right) = \varepsilon_0 (\vec{a}, [\vec{m}_e, \vec{c}]), \\ l_e &= (\vec{l}_e, \vec{b}) = \varepsilon_0 (\vec{b}, \vec{c}) - \xi(\vec{m}_e, \vec{c}) - i\alpha_0 \left(\xi - (\vec{m}_e, \vec{c}) (\vec{b}, \vec{c}) \right). \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь $\xi = n \sin \varphi$, φ – угол падения, n – показатель преломления окружающей среды, $\vec{m}_{0,e} = \xi \vec{b} + \eta_{0,e} \vec{q}$ – векторы рефракции волн в кристалле, \vec{n} – вектор волновой нормали падающей волны, $\vec{a} = [\vec{m}, \vec{q}]$, $\vec{b} = [\vec{q}, \vec{a}]$ – единичные векторы (рисунок 1).

Рассмотрим отражение в главной плоскости падения для двух случаев.

а) Волна падает из изотропной среды на кристалл. Решая граничную задачу для амплитуд отраженной (A'_s, A'_p) и преломленных (A_0, A_e) волн, получим

$$A'_s = \frac{\eta l_0 - r_0}{\eta l_0 + r_0} A_s, \quad A'_p = \frac{\eta r_e + n^2 l_e}{\eta r_e - n^2 l_e}, \quad (28)$$

$$A_0 = \frac{2\eta}{\eta l_0 + r_0} A_s, \quad A_e = \frac{2\eta}{n(\eta r_e - n^2 l_e)}, \quad (29)$$

где $\eta = n \cos \varphi$.

Упростим полученные выражения, учитывая, что для η_e справедливо выражение [1; 6]:

$$\eta_e = \frac{1}{(\bar{q}, \varepsilon \bar{q})} \left(R - (\bar{b}, \varepsilon \bar{q}) \right), \quad R = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_e \left((\bar{q}, \varepsilon \bar{q}) - \xi^2 \right)},$$

поэтому

$$(\eta r_e \pm n^2 l_e) = (\varepsilon_0 \varepsilon_e \eta \mp n^2 (R + i \alpha_0 \varepsilon_e (\bar{q}, \bar{c}))) (r_e / \varepsilon_0 \varepsilon_e).$$

Выражения для амплитудных коэффициентов отражения $r_s = A'_s / A_s$ и $r_p = A'_p / A_p$ можно привести к виду:

$$r_s = \frac{\varepsilon_0 (\eta - \eta_0) + i \alpha_0 \left(\xi (\eta + \eta_0) (\bar{b}, \bar{c}) + (\eta \eta_0 - \xi^2) (\bar{q}, \bar{c}) \right)}{\varepsilon_0 (\eta + \eta_0) - i \alpha_0 \left(\xi (\eta - \eta_0) (\bar{b}, \bar{c}) + (\eta \eta_0 - \xi^2) (\bar{q}, \bar{c}) \right)}, \quad (30)$$

$$r_p = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e \eta - n^2 R - i \alpha_0 n^2 \varepsilon_e (\bar{q}, \bar{c})}{\varepsilon_0 \varepsilon_e \eta + n^2 R + i \alpha_0 n^2 \varepsilon_e (\bar{q}, \bar{c})}. \quad (31)$$

б) Волна падет из кристалла на границу с изотропной средой. В случае падения квазиобыкновенной волны ($\eta_0 = n_0 \cos \varphi$, $\xi = n \sin \varphi$):

$$A'_0 = \frac{\eta l_0 - r_0}{\eta l'_0 - r'_0} A_0, \quad A_s = \frac{r_0 l'_0 - r'_0 l_0}{\eta l'_0 + r'_0} A_0. \quad (32)$$

Здесь штрихами отмечены величины, относящиеся к отраженной волне. Если на границу падает квазиобыкновенная волна

$$\left(\eta_e = n_e \cos \varphi, \eta'_e = - \left(\eta_e + 2 \xi (\bar{b}, \varepsilon \bar{q}) / (\bar{q}, \varepsilon \bar{q}) \right) \right),$$

то решение граничной задачи имеет вид:

$$A'_e = - \frac{\eta r_e + n^2 l_e}{\eta r'_e + n^2 l'_e} A_e, \quad A_p = \frac{n (r'_e l_e - r_e l'_e)}{\eta r'_e + n^2 l'_e} A_e. \quad (33)$$

Для коэффициентов отражения $R_0 = A'_0 / A_0$ и $R_e = A'_e / A_e$ имеем:

$$R_0 = \frac{\bar{a} [\bar{m}_0, \bar{c}] \left((\eta_0 - \eta) - i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} \left(\xi (\eta_0 - \eta) (\bar{b}, \bar{c}) + (\xi^2 + \eta \eta_0) (\bar{q}, \bar{c}) \right) \right)}{\bar{a} [\bar{m}'_0, \bar{c}] \left((\eta_0 - \eta) + i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} \left(\xi (\eta_0 + \eta) (\bar{b}, \bar{c}) + (\xi^2 - \eta \eta_0) (\bar{q}, \bar{c}) \right) \right)}, \quad (34)$$

$$R_e = \frac{r_e}{r'_e} \cdot \frac{-\varepsilon_0 \varepsilon_e \eta + n^2 R + i \alpha_0 n^2 \varepsilon_e (\bar{q}, \bar{c})}{\varepsilon_0 \varepsilon_e \eta + n^2 R - i \alpha_0 n^2 \varepsilon_e (\bar{q}, \bar{c})}.$$

Случай, когда оптическая ось \bar{c} перпендикулярна плоскости падения ($\bar{c} \parallel \bar{a}$), рассмотрен в [9]:

$$A'_s = \frac{\eta - \eta_e}{\eta + \eta_e} A_s + \frac{2i \alpha_0 n \xi \eta}{(\eta + \eta_e) (\varepsilon_0 \eta + n^2 \eta_0)} A_p, \quad (35)$$

$$A'_p = \frac{2i \alpha_0 n \xi \eta}{(\eta + \eta_e) (\varepsilon_0 \eta + n^2 \eta_0)} A_s + \frac{\varepsilon_0 \eta - n^2 \eta_0}{\varepsilon_0 \eta + n^2 \eta_0} A_p. \quad (36)$$

Проанализируем влияние гиротропии на характеристики света, отраженного кристаллом. Как следует из (30), (31), (35), (36), при падении на кристалл линейно поляризованного света отраженный свет оказывается поляризованным эллиптически, причем эллиптичность $k \sim \text{Im } \omega \sim \alpha_0 / (\eta - \eta_0)$ ($\omega = A'_p / A'_s$). Таким образом, для обеих ориентаций кристалла при $n^2 \rightarrow \varepsilon_0$ эллиптичность отраженного света увеличивается.

Однако если при ориентации оптической оси перпендикулярно плоскости падения, отраженная волна поляризована эллиптически при любых вещественных A_p и A_s , то в случае главной плоскости падения при A_p или A_s коэффициент равен нулю, отраженная волна будет поляризована линейно.

Гиротропия кристаллов планальных классов проявляется также в различных сдвигах фаз s - и p -компонент отраженного света относительно s - и p -компонент падающего. Для главной плоскости падения сдвиги фаз δ_s и δ_p определяются выражениями:

$$\text{tg } \delta_s = \frac{\text{Im } r_s}{\text{Re } r_s} = \frac{2\alpha_0 \left((\eta^2 + \eta_0^2) \xi(\vec{b}, \vec{c}) + \eta_0 (\eta^2 - \xi^2) (\vec{q}, \vec{c}) \right)}{\varepsilon_0 (\eta^2 - \eta_0^2)}, \quad (37)$$

$$\text{tg } \delta_p = \frac{\text{Im } r_p}{\text{Re } r_p} = \frac{2\alpha_0 \eta n^2 \varepsilon_0 \varepsilon_e^2 (\vec{q}, \vec{c})}{n^4 R^2 - \varepsilon_0^2 \varepsilon_e^2 \eta^2}. \quad (38)$$

Если кристалл не обладает гиротропией, то до угла Брюстера $\Delta = \delta_p - \delta_s = 0$, а при угле Брюстера происходит скачок фаз, равный $-\pi$. Из полученных выражений видно, что при отражении от гиротропных кристаллов сдвиг фаз s - и p -компонент происходит при любых углах падения, причем особенно он заметен вблизи угла Брюстера. По мере приближения показателя преломления окружающей среды к показателю преломления кристалла (точнее, при $\eta \rightarrow \eta_0$ или при $n^4 R^2 \rightarrow \varepsilon_0^2 \varepsilon_e^2 \eta^2$) изменение сдвига фазы Δ увеличивается и может достигать значительной величины.

Зависимость сдвига фаз Δ от угла падения φ показана на рисунке 2 для двух значений показателей преломления окружающей среды.

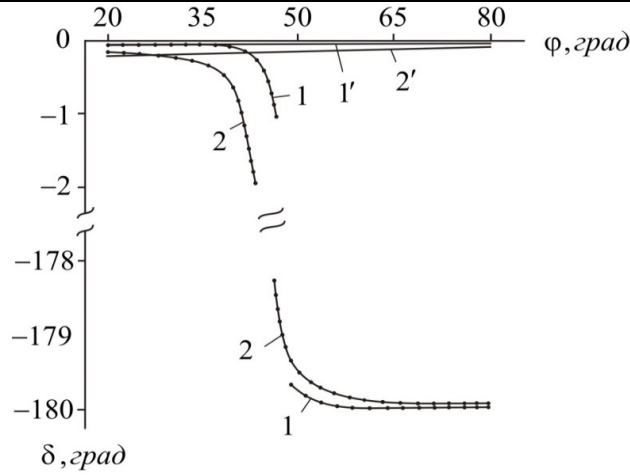
Аналогичные зависимости Δ характерны и для случая, когда оптическая ось кристалла перпендикулярна плоскости падения. Сказанное остается справедливым также при падении света из кристалла на границу с изотропной средой.

Таким образом, гиротропия кристаллов планальных классов средних сингоний проявляется не только в эллиптичности отраженного света, но и в дополнительном скачке фаз отраженных волн, особенно заметном вблизи угла Брюстера.

Гиротропия таких кристаллов проявляется тем заметнее, чем ближе показатель преломления окружающей среды к показателям преломления кристалла.

Все приведенные расчеты верны для идеальной поверхности кристалла. Но следует иметь в виду, что переходный слой может оказывать влияние как на эллиптичность отраженного света, так и на скачки фаз [4; 5].

Влияние переходного слоя и гиротропии не одинаково, но этот вопрос требует специального рассмотрения. С этой целью далее проанализируем коэффициенты отражения от гиротропного кристалла, на поверхности которого находится тонкий аморфизированный слабопоглощающий слой.



**Рисунок 2 – Зависимость сдвига фаз δ s и p -компонент от угла падения φ .
 Для кристалла $n_0 = 1,7643$, $n_e = 1,7655$; для окружающей среды $n = 1,6$ ($1,1'$),
 $n = 1,72$ ($2,2'$); $1', 2'$ – s -компонента, $1, 2$ – p -компонента**

Проявление гиротропии при отражении света от одноосных кристаллов

Теперь рассмотрим вклад различных членов тензора гирации для случая отражения в главной плоскости падения [7]. Поэтому получим вначале выражения для векторов поля собственных волн в гиротропных одноосных кристаллах. Обозначим через \vec{m} , $\vec{m}_{1,2}$ векторы рефракции соответственно падающей и преломленных волн (при отсутствии гиротропии $\vec{m}_1 \rightarrow \vec{m}_e$, $\vec{m}_2 \rightarrow \vec{m}_o$, \vec{m}_e, \vec{m}_o – векторы рефракции необыкновенной и обыкновенной волн), $\xi \vec{a} = [\vec{m}, \vec{q}]$, $\xi = n \sin \varphi$, φ – угол падения, n – показатель преломления изотропной среды, граничащей с кристаллом, причем:

$$\vec{m}_i = \xi \vec{b} + \eta_i \vec{q} \quad (i = 1, 2), \quad \vec{m}_{0,e} = \xi \vec{b} + \eta_{0,e} \vec{q}. \tag{39}$$

Величины $\eta_{0,e}$ вычисляются по известным соотношениям и являются нулевым приближением для расчета $\eta_{1,2}$, которые находятся из решения полного уравнения четвертой степени (формула (22.48) [1]). При наличии гиротропии в каждом направлении в кристалле распространяются эллиптически поляризованные волны с векторами магнитного поля $\vec{h}_{1,2}$, в которых o и e – волны связаны через параметры:

$$\begin{aligned} \vec{h}_1 &= \vec{h}_{e_1} + i\kappa_1 \vec{h}_{o_1} + ip_1 \vec{m}_1, \\ \vec{h}_2 &= \vec{h}_{o_2} + i\kappa_2 \vec{h}_{e_2} + ip_2 \vec{m}_2, \end{aligned} \tag{40}$$

причем появляется мнимая составляющая векторов магнитного поля по направлению волновой нормали. В (40) сразу учтено, что волны 1 и 2 при преломлении распространяются в различных направлениях, поэтому \vec{h}_{e_i} и \vec{h}_{o_i} , из которых комбинируются решения $h_i, i = 1, 2$ (так же, как и векторы электрического поля $\vec{e}_{o_i}, \vec{e}_{e_i}$), для них различны. В главной плоскости одноосного кристалла $\vec{h}_{e_i} = \vec{e}_{o_i} = \vec{a}$, $\vec{h}_{o_i} = [\vec{m}_{o_i}, \vec{a}]$, причем при вычислении $\vec{h}_{o_1}, \vec{m}_{o_1} = \sqrt{\epsilon_0} \vec{n}_1$, где \vec{n}_1 – фазовая нормаль волны 1.

При вычислении $\vec{h}_{o_2}, \vec{m}_{o_2} = \sqrt{\epsilon_0} \vec{n}_2$.

Наконец, $\vec{e}_e = -\varepsilon^{-1}[\vec{m}_e, \vec{a}] = -\left((1/\varepsilon_0)[\vec{m}_e, \vec{a}] - \beta(\vec{a}, [\vec{m}_0, \vec{c}])\vec{c}\right)$, где $\beta = 1/\varepsilon_e - 1/\varepsilon_0$.

Учтем, что для одноосных кристаллов тензор гирации имеет вид [1]

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2(\vec{c}, \vec{c}) + \alpha_0 \vec{c}^\times, \quad (41)$$

где \vec{c}^\times – антисимметричный тензор, дуальный вектору \vec{c} .

Для векторов электрического поля $\vec{e}_{1,2}$ из уравнений Максвелла (3):

$$\begin{aligned} \vec{D} &= -[\vec{m}, \vec{H}], \quad \vec{B} = [\vec{m}, \vec{E}], \\ (\vec{m}, \vec{D}) &= (\vec{m}, \vec{B}) = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

и выражений (39) – (41) получаем:

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= \frac{n_1}{\varepsilon_0 n_e} [\vec{m}_1, \vec{a}] - \beta \frac{n_1}{n_e} (\vec{a}, [\vec{m}_1, \vec{c}]) \vec{c} - i\varepsilon^{-1} \alpha \vec{a}, \\ \vec{e}_2 &= \frac{n_2^2}{\varepsilon_0} \vec{a} - ik_2 \frac{n_2}{n_0} \left(\frac{1}{\varepsilon_0} [\vec{m}_2, \vec{a}] - \beta (\vec{a}, [\vec{m}_2, \vec{c}]) \vec{c} \right) - i\varepsilon^{-1} \alpha [\vec{m}_0, \vec{a}], \end{aligned} \quad (43)$$

где ε^{-1} – тензор, обратный тензору диэлектрической проницаемости кристалла, а параметры b_i и p_i ($i=1,2$) имеют вид:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= -\frac{n_1^2 (g_1 - g_2 (\vec{n}, \vec{c})_1^2)}{\varepsilon_0 - n_1^2 - \varepsilon_0 \delta_1 - \delta_2 (\vec{a}, [\vec{m}_0, \vec{c}])^2}, \\ \kappa_2 &= -\frac{n_2^2 n_e^2 (g_1 - g_2 (\vec{n}, \vec{c})_2^2)}{n_2^2 - n_e^2 + n_e^2 \delta_1}, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= g_2 (\vec{n}_1, \vec{c}) (\vec{a}, [\vec{n}_1, \vec{c}]) - k_1 \frac{\alpha_0}{n_0} (\vec{a}, [\vec{n}_1, \vec{c}]), \\ p_2 &= -\frac{\alpha_0}{n_0} (\vec{a}, [\vec{n}_2, \vec{c}]) + k_2 g_2 (\vec{n}_2, \vec{c}) (\vec{a}, [\vec{n}_2, \vec{c}]), \end{aligned} \quad (45)$$

где

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{\alpha_1}{\varepsilon_0} - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\varepsilon_e}, \quad g_2 = g_1 - \frac{2\alpha_1}{\varepsilon_0}, \\ \delta_1 &= \frac{1}{\varepsilon_0} (\alpha_1^2 + \alpha_0^2), \quad \delta_2 = \frac{1}{\varepsilon_e} (\alpha_1 + \alpha_2)^2 - \delta_1. \end{aligned}$$

При вычислении $k_{1,2}$ (так же, как и $\eta_{1,2}$) следует удерживать члены второго порядка малости [5], поскольку, как видно из (44), в направлениях, близких к оптической оси $\varepsilon_0 - n_1^2 \sim n_2^2 - n_e^2 \sim \alpha_i$ (α_i члены порядка параметров гирации $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$).

При отражении линейно p - или s -поляризованного света возникает соответственно s - и p -компоненты, которые описываются недиагональными компонентами матрицы отражения

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}, \quad r_{12} \neq r_{21}. \quad (46)$$

При наличии гиротропии все компоненты матрицы R в общем случае комплексны: $r_{ik} = |r_{ik}| e^{i\delta_{ik}}$, где

$$|r_{ik}| = \sqrt{\operatorname{Re}(r_{ik})^2 + \operatorname{Im}(r_{ik})^2}, \quad \operatorname{tg} \delta_{ik} = \operatorname{Im}(r_{ik}) / \operatorname{Re}(r_{ik}).$$

Коэффициенты R имеют вид

$$\begin{cases} r_{11} = (\alpha_2^- \beta_1^- - \alpha_1^- \beta_2^-) / 3, \\ r_{22} = (\alpha_2^+ \beta_1^+ - \alpha_1^+ \beta_2^+) / 3, \\ r_{12} = 2n\eta (a_2 d_1 - a_1 d_2) / 3, \\ r_{21} = 2n\eta (b_1 c_2 - b_2 c_1) / 3, \\ 3 = \alpha_1^+ \beta_2^- - \alpha_2^+ \beta_1^-, \end{cases} \quad (47)$$

где

$$\alpha_{1,2} = \eta a_{1,2} + \alpha_{1,2}, \quad \beta_{1,2} = \varepsilon b_{1,2} - \eta c_{1,2}, \quad \alpha_{1,2}^\pm = \alpha_{1,2} \pm \eta a_{1,2}, \quad \beta_{1,2}^\pm = \varepsilon b_{1,2} \pm \eta c_{1,2},$$

$$a_1 = \frac{n_1}{n_0} \kappa_1 - i \frac{\alpha_1}{\varepsilon_0}, \quad a_2 = \frac{n_2}{n_0} + i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} (\xi \sin \theta + \eta_{02} \cos \theta),$$

$$b_1 = - \left(\frac{\eta_1}{\varepsilon_e} - \beta (\xi \cos \theta - \eta_2 \sin \theta) \sin \theta \right) - i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} \cos \theta,$$

$$b_2 = - \left(\frac{\eta_2}{\varepsilon_e} - \beta (\xi \cos \theta - \eta_2 \sin \theta) \sin \theta \right) (\kappa_2 + i \alpha_1) + i \frac{\alpha_2}{\varepsilon_e} (\xi \cos \theta - \eta_2 \sin \theta) \sin \theta,$$

$$e_1 = 1, \quad c_2 = \kappa_2, \quad d_1 = \kappa_1 \eta_{01} + i p_1 \xi, \quad d_2 = \eta_{02} + i p_2 \xi, \quad \eta_{0,2} = \frac{n_0 \eta_{1,2}}{\sqrt{\xi^2 + \eta_{1,2}^2}},$$

$$\kappa_1 = -i \frac{\varepsilon_0 n_1^2 (\gamma_1 - \gamma_2 (\vec{n}, \vec{c})_1^2)}{n_0 n_1 (\varepsilon_0 - n_1^2 - g_{22})}, \quad \kappa_2 = -i \frac{n_0 n_2 (\gamma_1 - \gamma_2 (\vec{n}, \vec{c})_2^2) n_{e_2}^2}{n_2^2 - n_{e_2}^2 + n_{e_2}^2 \delta_1},$$

$$p_1 = \gamma_2 (\vec{n}, \vec{c})_1 (\xi \cos \theta - \eta_1 \sin \theta) / n_1 - \kappa_1 \frac{\alpha_0}{n_1 n_0} (\xi \cos \theta - \eta_1 \sin \theta),$$

$$p_2 = - \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} (\xi \cos \theta - \eta_2 \sin \theta) + \kappa_2 \gamma_2 \frac{(\vec{n}, \vec{c})_2 n_2}{\varepsilon_0} (\xi \cos \theta - \eta_2 \sin \theta),$$

$$g_{22} = \varepsilon_0 \delta_1 + \delta_2 (\xi \cos \theta - \eta_{01} \sin \theta)^2, \quad \delta_1 = \frac{1}{\varepsilon_0} (\alpha_1^2 + \alpha_0^2), \quad \delta_2 = \frac{1}{\varepsilon_e} (\alpha_1 + \alpha_2)^2 - \delta_1,$$

$$(\vec{n}, \vec{c})_{1,2} = \frac{\xi \sin \theta + \eta_{1,2} \cos \theta}{\sqrt{\xi^2 + \eta_{1,2}^2}}, \quad n_{1,2} = \sqrt{\xi^2 + \eta_{1,2}^2},$$

$$\gamma_1 = \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\varepsilon_e}, \quad \gamma_2 = \alpha_1 \beta + \frac{\alpha_2}{\varepsilon_e} = \gamma_1 - 2 \frac{\alpha_1}{\varepsilon_0},$$

$$\beta = 1/\varepsilon_e - 1/\varepsilon_0, \quad \xi = n \sin \varphi, \quad \eta = n \cos \varphi, \quad \varepsilon_0 = n_0^2, \quad \varepsilon_e = n_e^2,$$

где n – показатель преломления среды, из которой падает волна, φ – угол падения, θ – угол между направлением волновой нормали \vec{n} и оптической оси \vec{c} , η_1, η_2 , как указывалось выше, находятся из решения полного уравнения четвертой степени (формула (22.48) [1]).

Эти выражения анализировались численно для кристалла кварца ($\alpha_1 = -3,54 \cdot 10^{-5}$, $\alpha_2 = 10,84 \cdot 10^{-5}$ [10], α_0 полагалось равным 10^{-5}). Результаты анализа представлены в виде зависимости модулей $|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ от угла падения φ (рисунки 3, 4).

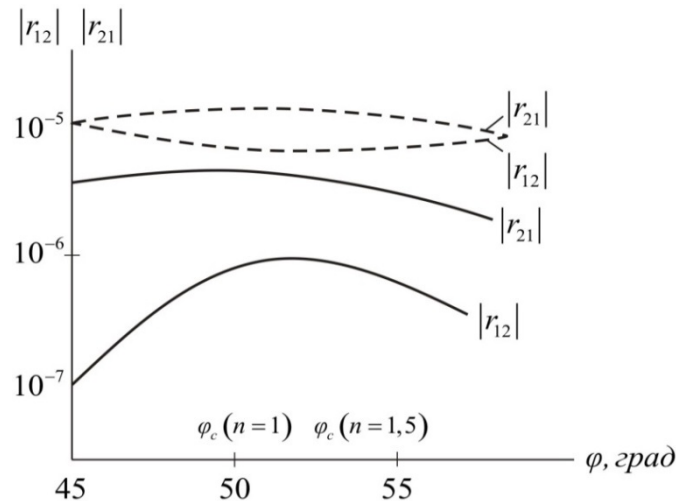


Рисунок 3 – ——— зависимость $|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ от угла падения φ для кварца при $\alpha_0 = 0$ ($n = 1$, $n_o = 1,554246$, $n_e = 1,553355$), φ_c – угол падения при котором преломленная волна в отсутствие гиротропии выходит на оптическую ось. - - - - - то же при $n = 1,5$

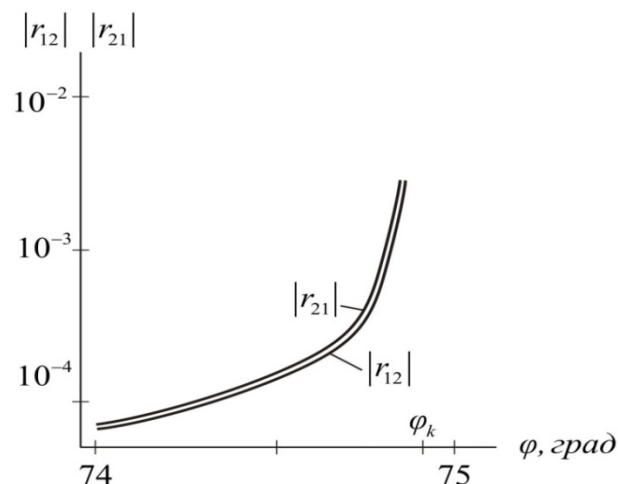


Рисунок 4 – зависимость $|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ от угла падения φ .
Для кварца $n = 1,6$, $n_o = 1,554246$, $n_e = 1,553355$

Наличие гиротропии, описываемой в (41) членом $\alpha_0 \vec{c}^x$ (называемой иногда «планальной» гиротропией), не приводит к вращению плоскости поляризации и не дает вклада в недиагональные компоненты матрицы R . Диагональные компо-

ненты r_{11} и r_{22} содержит мнимые добавки $\sim \alpha_0$. Для главной плоскости падения наличие этого члена проявляется таким же образом, как и малое поглощение, т. е. в дополнительном скачке фаз особенно заметном вблизи псевдобрюстеровского угла падения.

Как следует из рисунков 3 и 4, модули $|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ увеличиваются на порядок, когда показатель преломления граничащей с кристаллом среды близок к показателям преломления кристалла n_0 и n_e . Особенно значительный рост $|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ имеет место тогда, когда показатель преломления иммерсионной жидкости n больше n_0 и n_e . Так, для кварца модули $|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ становятся почти на три порядка больше вблизи критического угла отражения, чем для границы воздух – кристалл.

Приведенные расчеты верны для идеальной поверхности кристалла. Но переходный слой может оказывать влияние на эллиптичность отраженного света, на скачки фаз [6; 11; 12], а также на модули недиагональных элементов. Оценим это влияние. Промоделируем его тонким поглощающим изотропным слоем и рассчитаем отражение от такой системы. Поскольку получающиеся выражения довольно громоздки, проводился численный анализ на ЭВМ. Была составлена программа расчета компонент матрицы отражения от системы: изотропный поглощающий слой на гиротропном кристалле.

Для кристаллов, обладающих «планальной» гиротропией, например, кварца, при толщине слоя $h = 50 \text{ \AA}$ и поглощении 0,001 также происходит скачок фазы, особенно заметный вблизи псевдобрюстеровского угла падения.

Величина этого скачка одного порядка со скачком фазы, который возникает из-за «планальный» гиротропии (но без поверхностного слоя), поэтому довольно сложно отделить вклад гиротропии от поглощения в поверхности слоем и тем более измерить ее на эксперименте.

Численно анализировалось также влияние переходного слоя на модули недиагональных элементов кристалла кварца.

Коэффициент поглощения слоя и его толщина h (слабое поглощение порядка 10^{-3} и h до десятков ангстрем) незначительно влияют на значения недиагональных элементов.

Проведенные расчеты показывают, что наибольшее влияние на недиагональные элементы матрицы отражения оказывает показатель преломления слоя. Если он больше показателя преломления кристалла (n_0 и n_e), то модули недиагональных элементов вблизи критического угла имеют величину порядка $10^{-3} \div 10^{-2}$, т. е. в этом случае влияние его незначительно. Когда же показатель преломления слоя меньше n_0 и n_e , то из-за наличия слоя значения модулей недиагональных элементов уменьшаются до значений порядка 10^{-4} .

Как показывают экспериментальные измерения, одним из способов устранения влияния переходного слоя на измеряемые величины является использование метода иммерсионной эллипсометрии [13; 14].

Заключение

1. Исследовано отражение света от одноосных кристаллов при наклонном падении света, и найдены условия, при которых гиротропия максимальным образом проявляется в отраженном свете. Показано, что модули недиагональных элементов

$|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ матрицы отражения, обусловленные гиротропией, возрастают на порядок при падении света из иммерсионной жидкости, когда показатель преломления жидкости близок к показателю преломления n_0 или n_e преломленных волн в кристалле, по сравнению со случаем падения света из воздуха. В случае, когда отражение происходит вблизи критического угла полного отражения, для параметров гиротропии порядка $10^{-4} \div 10^{-5}$ модули $|r_{12}|$ и $|r_{21}|$ имеют порядок 10^{-2} .

2. Показано, что гиротропия кристаллов планальных классов средних сингоний проявляется не только в эллиптичности отраженного света, но и в скачке фазы отраженной волны, вектор электрического поля которой лежит в плоскости падения. Значительную величину скачок фазы имеет вблизи псевдобрюстеровского угла падения.

3. Проанализированы возможности определения параметров гиротропии в отраженном свете. Показано, что вклады планальной гиротропии и малого поверхностного поглощения в скачок фазы эквивалентны, поэтому в экспериментальных измерениях разделить их невозможно. В то же время вклад параметров гиротропии, приводящих к вращению плоскости поляризации отраженного света, может быть выделен и оценен их порядок по измеренным величинам недиагональных элементов матрицы отражения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Федоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Федоров. – Мн. : Наука и техника, 1976. – 456 с.
2. Сендер, Н. Н. Распространение света в гиротропных кристаллах / Н. Н. Сендер // *Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4, Фізіка. Матэматыка.* – 2019. – № 1. – С. 50–55.
3. Федоров, Ф. И. Оптика анизотропных сред / Ф. И. Федоров. – Мн. : Изд-во АН БССР, 1958. – 380 с.
4. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М. : Мир, 1987. – 616 с.
5. Филиппов, В. В. К учету членов второго порядка малости в теории гиротропии / В. В. Филиппов // *Доклады АН БССР.* – 1983. – Т. 27, № 5. – С. 409–411.
6. Федоров, Ф. И. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами / Ф. И. Федоров, В. В. Филиппов. – Мн. : Наука и техника, 1976. – 222 с.
7. Сендер, Н. Н. Проявление гиротропии при отражении света от одноосных кристаллов / Н. Н. Сендер // *Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4, Фізіка. Матэматыка.* – 2017. – № 1. – С. 42–51.
8. Сендер, Н. Н. Эллипсометрическое определение показателей преломления и коэффициентов поглощения одноосных поглощающих кристаллов с использованием отражения и преломления света на границе изотропная среда – кристалл / Н. Н. Сендер // *Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Серыя 4, Фізіка. Матэматыка.* – 2022. – № 1. – С. 42–54.
9. Бокуть, Б. В. Электромагнитные волны в оптически активных и нелинейных кристаллах : дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.04.05 / Бокуть Борис Васильевич. – Мн., 1972. – 270 л.
10. Константинова, А. Ф. Оптическая активность кристаллов в направлениях, отличных от направления оптической оси. Одноосные кристаллы / А. Ф. Константинова, Н. Р. Иванов, В. Н. Гречушников // *Кристаллография.* – 1969. – Т. 14, вып. 2. – С. 283–292.
11. Скалецкая, М. И. О возможности применения метода эллипсометрии к исследованию прозрачных материалов / М. И. Скалецкая, Г. Т. Петровский, Е. К. Скалецкий // *Оптика твердого тела : сб. ст. – М., 1983. – С. 143–155.*
12. Гусев, С. С. К учету поверхностного переходного слоя на полимерных пленках в методе ИК эллипсометрии / С. С. Гусев, Н. И. Стаськов, В. В. Филиппов // *Эллипсометрия – метод исследования физико-химических процессов на поверхности твердых тел : сб. ст. – М., 1981. – С. 22.*

13. Сендер, Н. Н. Иммерсионный метод определения оптических постоянных анизотропных поглощающих материалов / Н. Н. Сендер // *Вестник Брестского университета. Серия 4, Физика. Математика.* – 2015. – № 2. – С. 40–48.

14. Сендер, Н. Н. Экспериментальное определение оптических постоянных поглощающих кристаллов на основе метода иммерсионной эллисометрии / Н. Н. Сендер // *Вестник Брестского университета. Серия 4, Физика. Математика.* – 2020. – № 1. – С. 53–58.

REFERENCES

1. Fedorov, F. I. *Teoriya girotropii* / F. I. Fedorov. – Mn. : Nauka i tekhnika, 1976. – 456 s.
2. Sender, N. N. *Rasprostranenie sveta v girotropnykh kristallakh* / N. N. Sender // *Vestnik Brestskaga universiteta. Seryya 4, Fizika. Matematyka.* – 2019. – № 1. – S. 50–55.
3. Fedorov, F. I. *Optika anizotropnykh sred* / F. I. Fedorov. – Mn. : Izd-vo AN BSSR, 1958. – 380 s.
4. Yariv, A. *Opticheskie volny v kristallakh* / A. Yariv, P. Yukh. – M. : Mir, 1987. – 616 s.
5. Filippov, V. V. *K uchetu chlenov vtorogo poryadka malosti v teorii girotropii* / V. V. Filippov // *Doklady AN BSSR.* – 1983. – T. 27, № 5. – S. 409–411.
6. Fedorov, F. I. *Otrazhenie i prelomlenie sveta prozrachnymi kristallami* / F. I. Fedorov, V. V. Filippov. – Mn. : Nauka i tekhnika, 1976. – 222 s.
7. Sender, N. N. *Proyavlenie girotropii pri otrazhenii sveta ot odnoosnykh kristallov* / N. N. Sender // *Vestnik Brestskaga universiteta. Seryya 4, Fizika. Matematyka.* – 2017. – № 1. – S. 42–51.
8. Sender, N. N. *Ellipsometricheskoe opredelenie pokazatelei prelomleniya i koeffitsientov pogloshcheniya odnoosnykh pogloshchayushchikh kristallov s ispol'zovaniem otrazheniya i prelomleniya sveta na granitse izotropnaya sreda – kristall* / N. N. Sender // *Vestnik Brestskaga universiteta. Seryya 4, Fizika. Matematyka.* – 2022. – № 1. – S. 42–54.
9. Bokut', B. V. *Elektromagnitnye volny v opticheski aktivnykh i nelineinykh kristallakh : dis. ... d-ra fiz.-mat. nauk : 01.04.05* / Bokut' Boris Vasil'evich. – Mn., 1972. – 270 l.
10. Konstantinova, A. F. *Opticheskaya aktivnost' kristallov v napravleniyakh, otlichnykh ot napravleniya opticheskoi osi. Odnoosnye kristally* / A. F. Konstantinova, N. R. Ivanov, V. N. Grechushnikov // *Kristallografiya.* – 1969. – T. 14, vyp. 2. – S. 283–292.
11. Skaletskaya, M. I. *O vozmozhnosti primeneniya metoda ellipsometrii k issledovaniyu prozrachnykh materialov* / M. I. Skaletskaya, G. T. Petrovskii, E. K. Skaletskii // *Optika tverdogo tela : sb. st. – M., 1983.* – S. 143–155.
12. Gusev, S. S. *K uchetu poverkhnostnogo perekhodnogo sloya na polimernykh plenkakh v metode IK ellipsometrii* / S. S. Gusev, N. I. Stas'kov, V. V. Filippov // *Ellipsometriya – metod issledovaniya fiziko-khimicheskikh protsessov na poverkhnosti tverdykh tel : sb. st. – M., 1981.* – S. 22.
13. Sender, N. N. *Immersionnyi metod opredeleniya opticheskikh postoyannykh anizotropnykh pogloshchayushchikh materialov* / N. N. Sender // *Vestnik Brestskaga universiteta. Seryya 4, Fizika. Matematyka.* – 2015. – № 2. – S. 40–48.
14. Sender, N. N. *Eksperimental'noe opredelenie opticheskikh postoyannykh pogloshchayushchikh kristallov na osnove metoda immersionnoi ellipsometrii* / N. N. Sender // *Vestnik Brestskaga universiteta. Seryya 4, Fizika. Matematyka.* – 2020. – № 1. – S. 53–58.

Рукапіс наступіў у рэдакцыю 16.09.2025