

УДК 539.171

А.И. Серый**К ВОПРОСУ О СПИНОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ
НЕЙТРОННО-ПРОТОННОЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ**

Согласно методу, разработанному А.А. Исаевым, исследуется поляризованная по спину нейтронно-протонная ферми-жидкость, описываемая псевдопотенциалом Ферми и потенциалом однопионного обмена (ОПО) без учета бета-равновесия. При плотностях, соответствующих жидким ядрам нейтронных звезд, система самосогласованных уравнений имеет решения, соответствующие магнитным полям с индукцией $B \sim 10^{12}-10^{13}$ Гс, что хорошо согласуется с наблюдаемыми магнитными полями нейтронных звезд. Векторы спиновой поляризации нейтронов и протонов направлены противоположно, что согласуется с результатами, полученными для нейтронно-протонного ферми-газа с ядерным псевдомагнетизмом, описываемым теми же потенциалами. Результаты подтверждают возможные объяснения механизма формирования магнитных полей нейтронных звезд не только через протонные сверхпроводящие токи, но и через спиновую поляризацию нуклонов в жидком ядре нейтронной звезды (на эту возможность указал В.Г. Барышевский после предсказания в 1964 г. ядерного псевдомагнетизма).

Введение. Постановка задачи в рамках ферми-жидкостного подхода

После предсказания в 1964 г. (В.Г. Барышевским и М.И. Подгорецким) ядерного псевдомагнетизма [1, с. 1050] В.Г. Барышевский указал на важность учета этого явления в моделировании сверхплотных астрофизических объектов, и в особенности при изучении проблемы происхождения сверхсильных магнитных полей нейтронных звезд (до этого единственно возможным механизмом генерации таких полей считались протонные сверхпроводящие токи в жидком ядре нейтронной звезды).

В данной работе по предложению В.Г. Барышевского и В.В. Тихомирова применена процедура исследования нейтронно-протонной ферми-жидкости, разработанная А.А. Исаевым и описанная, например, в [2, с. 15–16]. Здесь общая структура амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния, инвариантной по отношению к вращениям в спиновом и изоспиновом пространствах, имеет вид $(\vec{\sigma}_1, \vec{\tau}_1 - \text{спиновые и изоспиновые матрицы Паули 2 нуклонов})$:

$$v(\vec{p}, \vec{q}) = v_0(\vec{p}, \vec{q}) + v_1(\vec{p}, \vec{q}) \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 + v_2(\vec{p}, \vec{q}) \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 + v_3(\vec{p}, \vec{q}) (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) (\vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2). \quad (1.1)$$

$\dim(v_i) = [\text{МэВ} \cdot \text{см}^3]$; если импульсы 2 нуклонов до столкновения \vec{p}_1, \vec{p}_2 , а после столкновения – \vec{p}_3, \vec{p}_4 , соответственно, то [2, с. 15]:

$$\vec{p} = \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_2}{2}, \quad \vec{q} = \frac{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}{2}, \quad \vec{k} = \frac{\vec{p} - \vec{q}}{2}, \quad \vec{Q} = 2\vec{k} = \vec{p}_1 - \vec{p}_3 = -(\vec{p}_2 - \vec{p}_4). \quad (1.2)$$

\vec{Q} – переданный импульс. Как видно, здесь предполагается отсутствие зависимости амплитуд (и потенциалов) от орбитального момента \vec{L} относительного движения двух нуклонов. Но, к примеру, в потенциал Хамада – Джонсона, который считается одним из лучших для описания двухчастичного межнуклонного взаимодействия и учитывает отталкивание на малых расстояниях, входят слагаемые, содержащие $\vec{L}^2, \vec{L} \cdot \vec{S}, (\vec{L} \cdot \vec{S})^2$ [3, с. 66], поэтому под вышеупомянутую процедуру он не подходит даже при отбрасывании слагаемых с $\vec{L} \cdot \vec{S}, (\vec{L} \cdot \vec{S})^2$ в случае бесконечной ядерной материи. Для простоты возьмем суперпозицию 2 потенциалов: потенциала однопионного обмена (ОПО), яв-

ляющегося пределом потенциала Хамада – Джонсона на достаточном удалении от отталкивающего кора, и δ -потенциала, хорошо описывающего рассеяние при низких энергиях: $V(\vec{r}) = V_{\text{ОПО}}(\vec{r}) + V_{\delta}(\vec{r})$. Согласно замечанию, сделанному А.А. Исаевым, недостатком такой комбинации является отсутствие зависимости от плотности нуклонной среды (а в применяемом методе наличие такой зависимости является желательным). Здесь δ -потенциал (для отдельной пары нуклонов) [3, с. 22–23] и потенциал ОПО (общая структура) [4, с. 56] имеют, соответственно, вид (a_X – длина рассеяния, m^* – приведенная масса двух нуклонов, m_{π} – масса пиона; $f^2/4\pi \approx 0.08$, $\vec{n}_r = \vec{r}/r$):

$$V_{\text{ОПО}}(\vec{r}) = (1/3)(f^2/4\pi)(\exp\{-m_{\pi}cr/\hbar\}/r - 4\pi(\hbar/m_{\pi}c)\delta^3(\vec{r}))(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2) + (1/3)(f^2/4\pi)(1 + 3\hbar/(m_{\pi}cr) + 3\hbar^2/(m_{\pi}cr)^2)(\exp\{-m_{\pi}cr/\hbar\}/r)S_{12}(\vec{r})\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2, \\ S_{12}(\vec{r}) = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{n}_r)(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}_r) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2. \quad (1.3)$$

$$V_{\delta}(\vec{r}) = 2\pi\hbar^2 a_X \delta^3(\vec{r})/m^* = g_X \delta^3(\vec{r}). \quad (1.4)$$

В (1.4) "X" обозначает s-состояние (т. е. с нулевым орбитальным моментом) системы 2 нуклонов. Согласно соотношению для 2 фермионов $(-1)^{L+S+T} = -1$, с использованием приближения, не учитывающего состояний с $L \neq 0$, получаем: "t" – нейтронно-протонное триплетное (суммарный спин $S = 1$, изоспин $T = 0$), синглетные ($S = 0$, $T = 1$): "s" – нейтронно-протонное, "p" – протонно-протонное, "n" – нейтронно-нейтронное. Операторы состояний $S = 1$, $T = 0$ и $S = 0$, $T = 1$ имеют, соответственно, вид:

$$\hat{C}_1 = (3 + \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)(1 - \vec{\tau}_1\vec{\tau}_2)/16 \text{ и } \hat{C}_2 = (1 - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)(3 + \vec{\tau}_1\vec{\tau}_2)/16. \quad (1.5)$$

Поскольку во 2-м случае могут реализоваться различные комбинации нуклонов (pp, nn, np), то при составлении потенциала на основе (1.3) и (1.4) нужно учитывать их статистические веса, поскольку при встрече 2 нуклонов вероятность одному иметь сорт "i", а другому сорт "j", равна для односортовых и разносортовых нуклонов, соответственно

$$w_{ii} = n_i^2/(n_p + n_n)^2, w_{ij} = 2n_p n_n/(n_p + n_n)^2. \quad (1.6)$$

Получение системы уравнений в интегральной форме

Согласно следующему этапу алгоритма [2, с. 15–16], для конструирования нормальных ферми-жидкостных амплитуд найдем фурье-образ нуклон-нуклонных потенциалов по переданному импульсу (легко видеть, что $\dim(V(\vec{Q})) = \dim(v_i)$):

$$v(\vec{p}, \vec{q}) = V(\vec{Q}) = \int V(\vec{r}) \exp\{-i\vec{Q} \cdot \vec{r}\} d^3r. \quad (2.1)$$

Подстановка (1.3) в (2.1) дает [4, с. 59] ($S_{12}(\vec{Q})$ определяется, как и в (1.3)):

$$V_{\text{ОПО}}(\vec{Q}) = -(1/3)(f^2/4\pi)(\vec{Q}^2/(\vec{Q}^2 + m_{\pi}^2 c^2))(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 + S_{12}(\vec{Q}))\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2, \quad (2.2)$$

Если амплитуды рассеяния F с размерностью длины (как, например, в теории эффективного радиуса) заранее известны, то следует их умножить на $-(2\pi\hbar^2)/m^*$, где m^* – приведенная масса 2 нуклонов.

$$v(\vec{p}, \vec{q}) = -(2\pi\hbar^2)F/m^*. \quad (2.3)$$

В силу (1.4)–(2.1) фурье-образ δ -потенциала имеет вид:

$$V_\delta(\vec{Q}) = g_t \hat{C}_1 + \hat{C}_2(g_s w_{np} + g_{pp} w_{pp} + g_{nn} w_{nn}) = g_t \hat{C}_1 + \hat{C}_2 G. \quad (2.4)$$

Складывая (2.1) с (2.4) (с учетом (1.5)), после чего, сравнивая с (1.1) с учетом (1.2), получаем:

$$\begin{aligned} v_0(\vec{p}, \vec{q}) &= 3(g_t + G)/16, \quad v_1(\vec{p}, \vec{q}) = (g_t - 3G)/16, \\ v_2(\vec{p}, \vec{q}) &= (G - 3g_t)/16 - (1/3)(f^2/4\pi)((\vec{p} - \vec{q})^2/((\vec{p} - \vec{q})^2 + m_\pi^2 c^2))S_{12}(\vec{p} - \vec{q}), \\ v_3(\vec{p}, \vec{q}) &= -(g_t + G)/16 - (1/3)(f^2/4\pi)((\vec{p} - \vec{q})^2/((\vec{p} - \vec{q})^2 + m_\pi^2 c^2)). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Затем, производя в (2.5) замены $\vec{p} \rightarrow \pm \vec{k}$, $\vec{q} \rightarrow \pm \vec{k}$, аналогично записываем $v_i(\vec{k}, \vec{k})$, $v_i(\vec{k}, -\vec{k})$, $v_i(-\vec{k}, \vec{k})$, $v_i(-\vec{k}, -\vec{k})$. Эти величины, согласно тому же алгоритму, необходимы для дальнейшего конструирования нормальных ферми-жидкостных амплитуд. Система уравнений для нормальных ферми-жидкостных амплитуд в общем виде представлена например в [2, с. 15–16]. Чтобы записать ее в матричной форме, объединим нормальные ферми-жидкостные амплитуды в «вектор»: $\vec{U} = [U_0(\vec{k}), U_1(\vec{k}), U_2(\vec{k}), U_3(\vec{k})]^T$, после этого вводим обозначения $y_i(\vec{k}) = v_i(\vec{k}, \vec{k}) + v_i(-\vec{k}, -\vec{k})$, $z_i(\vec{k}) = v_i(\vec{k}, -\vec{k}) + v_i(-\vec{k}, \vec{k})$, а затем «векторы» $\vec{Y} = [y_0(\vec{k}), y_1(\vec{k}), y_2(\vec{k}), y_3(\vec{k})]^T$, $\vec{Z} = [z_0(\vec{k}), z_1(\vec{k}), z_2(\vec{k}), z_3(\vec{k})]^T$. Запишем, согласно [2, с. 16], соотношение (I_4 – единичная матрица 4×4):

$$\vec{U} = 4I_4 \vec{Y} + \Xi \vec{Z}, \quad \Xi = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -3 & -9 \\ -1 & 1 & -3 & 3 \\ -1 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Таким образом, обозначая $\frac{f^2 \hbar^3}{m_\pi^2 c} = \lambda_1$, с учетом (2.5) и (2.6), получаем выражения

для нормальных нуклон-нуклонных ферми-жидкостных амплитуд $U_i(\vec{k})$:

$$U_i(\vec{k}) = A_i + B_i H(\vec{k}), \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} A_0 &= 3(g_t + G) + 6\lambda_1, \quad A_1 = g_t - 3G - 2\lambda_1, \quad A_2 = -3g_t + G - 2\lambda_1, \\ A_3 &= -(g_t + G) + 2\lambda_1/3, \quad B_0 = -6, \quad B_1 = B_2 = 2, \quad B_3 = -2/3. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Кроме того, с использованием нейтронного избытка, или параметра изоспиновой асимметрии, $\alpha = (n_n - n_p)/(n_n + n_p)$, запишем:

$$\begin{aligned} n_p &= n(1 - \alpha)/2, \quad n_n = n(1 + \alpha)/2, \quad w_{pp} = \frac{n_p^2}{(n_p + n_n)^2} = \frac{(1 - \alpha)^2}{4}, \\ w_{nn} &= \frac{n_n^2}{(n_p + n_n)^2} = \frac{(1 + \alpha)^2}{4}, \quad w_{np} = \frac{2n_p n_n}{(n_p + n_n)^2} = \frac{1 - \alpha^2}{2}, \\ G &= g_s w_{np} + g_{pp} w_{pp} + g_{nn} w_{nn} = (2g_s(1 - \alpha^2) + g_{pp}(1 - \alpha)^2 + g_{nn}(1 + \alpha)^2)/4. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Из (2.8) и (2.9) видно, что величины A_i ($i = 0, 1, 2, 3$) зависят только от α :

$$A_i = A_{i1} + A_{i2}\alpha + A_{i3}\alpha^2. \quad (2.10)$$

При этом в (2.7)

$$H(\vec{k}) = f^2 \hbar^3 c / (4\vec{k}^2 + m_\pi^2 c^2), \quad H(\vec{p}, \vec{q}) = f^2 \hbar^3 c / ((\vec{p} - \vec{q})^2 + m_\pi^2 c^2) \quad (2.11)$$

($f^2/4\pi \approx 0.08$; смысл m_π , g_X см. выше). Кроме того, отброшены слагаемые, содержащие S_{12} , в силу сказанного выше и того, что усреднение S_{12} по углам дает ноль (см., например, [5, с. 118]). Введем совокупности величин:

$$\vec{F} = [F_{00}(\vec{q}), F_{30}(\vec{q}), F_{03}(\vec{q}), F_{33}(\vec{q})]^T, \quad \vec{X} = [\xi_{00}, \xi_{30}, \xi_{03}, \xi_{33}]^T, \quad (2.12)$$

$$\vec{C}(\vec{k}, \vec{q}) = [U_0(\vec{k})F_{00}(\vec{q}), U_1(\vec{k})F_{30}(\vec{q}), U_2(\vec{k})F_{03}(\vec{q}), U_3(\vec{k})F_{33}(\vec{q})]^T, \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \vec{D} &= [\vec{p}^2/(2m_0) - \mu_{00}^0, -\mu_{03}^0, 0, 0], \\ \mu_{00}^0 &= (\mu_n^0 + \mu_p^0)/2, \quad \mu_{03}^0 = (\mu_n^0 - \mu_p^0)/2, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где \vec{F} – набор компонентов нормальной функции распределения; μ_n^0 и μ_p^0 – химические потенциалы нейтронов и протонов; m_0 – масса «голового» нуклона. Согласно алгоритму [2, с. 15–17], с учетом (2.12) – (2.14) запишем:

$$X_i = D_i + (2V)^{-1} \sum_q C_i(\vec{k}, \vec{q}), \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (2.15)$$

При этом V – объем системы. Суммирование по \vec{q} можно заменить интегрированием:

$$\sum_q C_i(\vec{k}, \vec{q}) \rightarrow (V/(2\pi\hbar)^3) \int C_i(\vec{k}, \vec{q}) d^3 \vec{q}. \quad (2.16)$$

Компоненты функции распределения должны удовлетворять условиям нормировки [2, с. 3]:

$$(4/V) \sum_p F_{00}(\vec{p}) = n = n_n + n_p, \quad (4/V) \sum_p F_{03}(\vec{p}) = n_n - n_p \equiv \alpha n,$$

$$\begin{aligned}
 (4/V) \sum_p F_{30}(\vec{p}) &= n^\uparrow - n^\downarrow \equiv \Delta n_{\uparrow\downarrow}, \\
 (4/V) \sum_p F_{33}(\vec{p}) &= n_n^\uparrow + n_p^\downarrow - (n_n^\downarrow + n_p^\uparrow) \equiv \Delta n_{\uparrow\downarrow}.
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Здесь n_p, n_n – концентрации протонов и нейтронов; $\Delta n_{\uparrow\uparrow}$ и $\Delta n_{\uparrow\downarrow}$ – ферромагнитный и антиферромагнитный параметры. Вводя обозначения (см. [2, с. 3])

$$\begin{aligned}
 N(\omega) &= \{\exp(\hbar\omega/(k\Theta)) + 1\}^{-1}, \quad \vec{N} = [N(\omega_{+,+}), N(\omega_{+,-}), N(\omega_{+,-}), N(\omega_{-,-})]^T, \\
 \vec{\Omega} &= [\hbar\omega_{+,+}, \hbar\omega_{+,-}, \hbar\omega_{+,-}, \hbar\omega_{-,-}]^T,
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

где Θ – температура, запишем соотношения (согласно [2, с. 3]):

$$4\vec{F} = Z_4 \vec{N}, \quad \vec{\Omega} = Z_4 \vec{X}, \quad Z_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.
 \tag{2.19}$$

Ветви $\omega_{\pm,+}$ соответствуют нейтронам со спинами вверх и вниз, а ветви $\omega_{\pm,-}$ соответствуют протонам со спинами вверх и вниз. Подставляя (2.13) в (2.15), с учетом (2.7), (2.12), (2.14), (2.17) получаем:

$$\begin{aligned}
 \xi_{00} &= \vec{p}^2/(2m_0) + nA_0/8 - \mu_{00}, \quad \xi_{03} = \alpha nA_2/8 - \mu_{03}, \\
 \xi_{30} &= \Delta n_{\uparrow\uparrow}A_1/8 + B_1\langle H \rangle_{30}/8, \quad \xi_{33} = \Delta n_{\uparrow\downarrow}A_3/8 + B_3\langle H \rangle_{33}/8.
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

Смысл величин в (2.20) ($\langle H \rangle_{ij}$ – математические ожидания функции $H(\vec{p}, \vec{q})$ по соответствующим ветвям функции распределения):

$$\langle H \rangle_{30} = (4/V) \sum_q H(\vec{p}, \vec{q}) F_{30}(\vec{q}), \quad \langle H \rangle_{33} = (4/V) \sum_q H(\vec{p}, \vec{q}) F_{33}(\vec{q}).
 \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}
 \mu_{00} &= \mu_{00}^0 - B_0\langle H \rangle_{00}/8, \quad \mu_{03} = \mu_{03}^0 - B_2\langle H \rangle_{03}/8, \\
 \langle H \rangle_{00} &= (4/V) \sum_q H(\vec{p}, \vec{q}) F_{00}(\vec{q}), \quad \langle H \rangle_{03} = (4/V) \sum_q H(\vec{p}, \vec{q}) F_{03}(\vec{q}).
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Из (2.18) и (2.19) видно, что каждая компонента «вектора» \vec{F} выражается, в итоге, через все компоненты «вектора» \vec{X} , которые, в свою очередь, выражаются по формулам (2.20). Таким образом, 4 уравнения (2.17) и 2 уравнения (2.21) образуют систему самосогласованных уравнений.

Приведение самосогласованной системы к алгебраическому виду

Система приводится к алгебраическому виду при замене суммирования на интегрирование по формулам (интегралы взяты согласно [6, с. 281, 597] при $k\Theta/\mu \ll 1$):

$$\sum_q \left\{ \exp\left(\frac{p^2/2m - \mu}{k\Theta}\right) + 1 \right\}^{-1} \rightarrow \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{+\infty} \frac{4\pi p^2 dp}{\exp\left(\frac{p^2/2m - \mu}{k\Theta}\right) + 1} \approx$$

$$\approx \frac{V(2m\mu)^{3/2}}{6\pi^2\hbar^3} \left(1 + \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{k\Theta}{\mu}\right)^2\right), \quad (3.1)$$

$$\sum_q p^2 \left\{ \exp\left(\frac{p^2/2m - \mu}{k\Theta}\right) + 1 \right\}^{-1} \rightarrow \frac{V(2m\mu)^{5/2}}{10\pi^2\hbar^3} \left(1 + \frac{5\pi^2}{8} \left(\frac{k\Theta}{\mu}\right)^2\right). \quad (3.2)$$

Кроме того, придется перейти к приближению, в котором нормальные фермижидкостные амплитуды квадратичны по импульсам (что и подразумевается в алгоритме [2, с. 15–17]).

$$H(\vec{k}) = \frac{f^2\hbar^3 c}{4\vec{k}^2 + m_\pi^2 c^2} \approx \frac{f^2\hbar^3 c}{m_\pi^2 c^2} \left(1 - \frac{4\vec{k}^2}{m_\pi^2 c^2}\right) = \frac{f^2\hbar^3}{m_\pi^2 c} \left(1 - \frac{4\vec{k}^2}{m_\pi^2 c^2}\right),$$

$$H(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{f^2\hbar^3 c}{(\vec{p} - \vec{q})^2 + m_\pi^2 c^2} \approx \frac{f^2\hbar^3}{m_\pi^2 c} \left(1 - \frac{\vec{p}^2 - 2\vec{p} \cdot \vec{q} + \vec{q}^2}{m_\pi^2 c^2}\right). \quad (3.3)$$

Приближение обосновано тем, что реально $\vec{k}^2 \ll m_\pi^2 c^2$.

Введем квадратные 4-рядные матрицы, а также совокупности величин, которые условно можно назвать «4-векторами». Здесь $\vec{\mu}_4$ – «4-вектор» эффективных химических потенциалов, \vec{M}_4 – «4-вектор» обратных эффективных масс.

$$\vec{N}_4 = [n, \Delta n_{\uparrow\uparrow}, \alpha n, \Delta n_{\uparrow\downarrow}]^T, \quad \vec{Q}_4 = [<\vec{q}^2>_{00}, <\vec{q}^2>_{30}, <\vec{q}^2>_{03}, <\vec{q}^2>_{33}]^T,$$

$$\vec{\mu}_4 = [\mu(+,+), \mu(+,-), \mu(-,+), \mu(-,-)]^T, \quad \vec{M}_{04} = \left[\frac{1}{2m_n}, \frac{1}{2m_n}, \frac{1}{2m_p}, \frac{1}{2m_p}\right],$$

$$\vec{M}_4 = \left[\frac{1}{2m(+,+)}, \frac{1}{2m(+,-)}, \frac{1}{2m(-,+)}, \frac{1}{2m(-,-)}\right], \quad x_{ij} = m(i,j)\mu(i,j). \quad (3.4)$$

$$\vec{R}_4 = [r(+,+), r(+,-), r(-,+), r(-,-)]^T, \quad \vec{S}_4 = [s(+,+), s(+,-), s(-,+), s(-,-)]^T,$$

$$r(i,j) = x_{ij}^{3/2} \left(1 + \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{k\Theta}{\mu(i,j)}\right)^2\right), \quad s(i,j) = x_{ij}^{5/2} \left(1 + \frac{5\pi^2}{8} \left(\frac{k\Theta}{\mu(i,j)}\right)^2\right). \quad (3.5)$$

$$\vec{I}_4 = [1, 1, 1, 1]^T, \quad \vec{J}_4 = [1, -1, 1, -1]^T,$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} A_0 & A_1 & A_2 & A_3 \\ A_0 & A_1 & -A_2 & -A_3 \\ A_0 & -A_1 & A_2 & -A_3 \\ A_0 & -A_1 & -A_2 & A_3 \end{pmatrix}, \quad B_4 = \begin{pmatrix} B_0 & B_1 & B_2 & B_3 \\ B_0 & B_1 & -B_2 & -B_3 \\ B_0 & -B_1 & B_2 & -B_3 \\ B_0 & -B_1 & -B_2 & B_3 \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Элементы этих матриц см. в п. (2.8). Матрицу Z_4 см. в п. (2.19). Обозначим $\lambda_2 = \frac{f^2 \hbar^3}{8m_\pi^4 c^3}$, $\lambda_3 = \frac{2^{5/2}}{5\pi^2 \hbar^3}$, $\lambda_4 = \frac{2^{1/2}}{6\pi^2 \hbar^3}$. Тогда, подставляя (3.3) в (2.21) с учетом (3.1), (3.2), систему (2.17), (2.21) можно переписать в виде:

$$\vec{N}_4 = 2\lambda_4 Z_4 \vec{R}_4, \quad \vec{Q}_4 = 2\lambda_3 Z_4 \vec{S}_4, \quad (3.7)$$

$$\vec{M}_4 = \vec{M}_{04} - \lambda_2 B_4 \vec{N}_4, \quad 8\vec{\mu}_4 = 8\lambda_2 B_4 \vec{Q}_4 + 8\mu_{00}^0 \vec{I}_4 + 8\mu_{03}^0 \vec{J}_4 - \lambda_1 B_4 \vec{N}_4 - A_4 \vec{N}_4. \quad (3.8)$$

Поскольку в (3.8) компоненты \vec{M}_4 выражаются не сами через себя, а только через компоненты «4-вектора» \vec{N}_4 , компоненты $\vec{\mu}_4$ выражаются не сами через себя, а только через компоненты «4-векторов» \vec{N}_4 , \vec{Q}_4 , а компоненты \vec{R}_4 и \vec{S}_4 , как видно из (3.4), (3.5), выражаются через компоненты \vec{M}_4 и $\vec{\mu}_4$, то в (3.7) можно выразить правые части систем уравнений через содержимое правых частей систем уравнений (3.8), после чего получится система из 8 самосогласованных алгебраических уравнений с 11 неизвестными: Θ , n , $\Delta n_{\uparrow\uparrow}$, αn , $\Delta n_{\uparrow\downarrow}$, $\langle \vec{q}^2 \rangle_{00}$, $\langle \vec{q}^2 \rangle_{30}$, $\langle \vec{q}^2 \rangle_{03}$, $\langle \vec{q}^2 \rangle_{33}$, μ_{00}^0 , μ_{03}^0 . Задавая T , при различных α получаем 9 неизвестных, что позволяет строить графики. При этом интерес представляют лишь величины n , $\Delta n_{\uparrow\uparrow}$, αn , $\Delta n_{\uparrow\downarrow}$, остальные нужны лишь для получения самосогласованного решения системы.

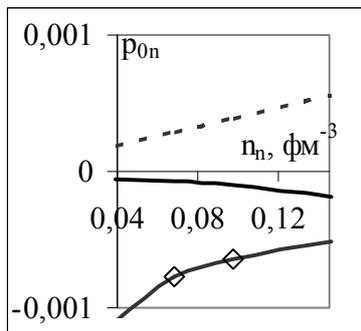


Рисунок 1 – Зависимость степени поляризации протонов от их концентрации

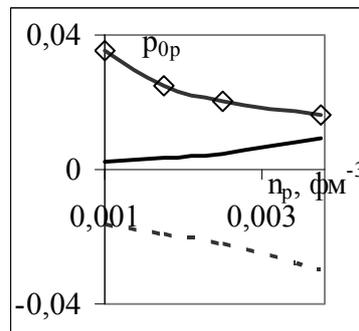


Рисунок 2 – Зависимость степени поляризации нейтронов от их концентрации

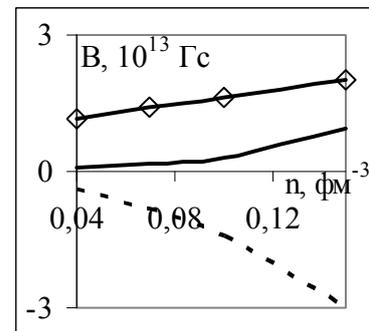


Рисунок 3 – Зависимость индукции магнитного поля от общей концентрации среды

Предварительные расчеты проводились в Mathematica 5.2 для $\alpha = 0.95$, $T = 10^6$ К. Результаты показаны графически (на других участках они требуют уточнения, поэтому не приведены; участки, соответствующие друг другу на разных графиках, помечены одинаковыми типами маркеров). Как видно, степень поляризации протонов $p_{0p} \sim 0.1 - 1$, нейтронов $p_{0n} \sim 10^{-3} - 10^{-2}$, преимущественные направления спинов протонов и нейтронов противоположны (т. е. преимущественно сонаправлены их собственные магнитные моменты). Этот результат качественно согласуется с результатами, полученными в рамках ферми-газовых подходов (в т. ч. с учетом ядерного псевдомангнетизма) к нейтронно-протонной системе с теми же потенциалами [7, с. 36–37; 8, с. 35–36; 9, с. 58–60]. Индукцию магнитного поля оценим по формуле (μ_n – ядерный магнетон, $\sigma_p = 2.793$, $\sigma_n = 1.913$):

$$B = 4\pi\mu_{\text{я}}(\sigma_{\text{p}}n_{\text{p}}\rho_{0\text{p}} + \sigma_{\text{n}}n_{\text{n}}\rho_{0\text{n}}). \quad (3.9)$$

По порядку величины это дает $10^{12} - 10^{13}$ Гс, что хорошо согласуется с наблюдаемыми магнитными полями нейтронных звезд.

Заключение. Основные результаты

По алгоритму А.А. Исаева исследована поляризованная по спину нормальная нейтронно-протонная ферми-жидкость с псевдопотенциалом Ферми и потенциалом однопионного обмена без учета бета-равновесия. При плотностях, соответствующих жидким ядрам нейтронных звезд, система самосогласованных уравнений имеет решения, соответствующие магнитным полям $B \sim 10^{12} - 10^{13}$ Гс, что согласуется с данными наблюдений. Векторы спиновой поляризации нейтронов и протонов направлены противоположно, что согласуется с результатами для нейтронно-протонного ферми-газа с ядерным псевдомагнетизмом, описываемым теми же потенциалами.

Результаты подтверждают возможность объяснения механизма формирования магнитных полей нейтронных звезд не только через протонные сверхпроводящие токи, но и через спиновую поляризацию нуклонов в жидком ядре нейтронной звезды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барышевский, В.Г. Ядерная прецессия нейтронов. / В.Г. Барышевский, М.И. Подгорецкий // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 47. – С. 1050–1054.
2. Isayev, A.A. Spin polarized states in nuclear matter with Skyrme effective interaction / A.A. Isayev, J. Yang // arXiv: nucl-th/0403059 v1 20 Mar 2004.
3. Ситенко, А.Г. Лекции по теории ядра / А.Г. Ситенко, В.К. Тартаковский – М.: Атомиздат, 1972. – 351 с.
4. Эриксон, Т. Пионы и ядра: Пер. с англ. / Т. Эриксон, В. Вайзе. – М. : Наука, 1991. – 512 с.
5. Галицкий, В.М. Задачи по квантовой механике: Учебное пособие: В 2 ч. Изд. 3-е, испр. и доп. / В.М. Галицкий, В.И. Коган, Б.М. Карнаков. – М. : Едиториал УРСС, 2001. Ч. 2. – 304 с.
6. Румер, Ю.Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика: Учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. / Ю.Б. Румер, М.Ш. Рывкин. – Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 2000. – 608 с.
7. Серый, А.И. Об эффектах ядерного псевдомагнетизма в вырожденной нуклонной среде / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя прыродазнаучых навук. – 2006. – № 2(26). – С. 33–43.
8. Серый, А.И. К вопросу о ферромагнетизме вырожденного нейтронно-протонного газа / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя прыродазнаучых навук. – 2006. – № 1(25). – С. 31–38.
9. Серый, А.И. К вопросу о ядерном псевдомагнетизме в нуклонной среде с однопионным обменом. / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя прыродазнаучых навук. – 2008. – № 2(31). – С. 55–61.

A.I. Sery. On the Problem of Neutron-Proton Fermi-liquid Spin Polarization

According to the method elaborated by A. A. Isayev, spin-polarized neutron-proton Fermi-liquid described by Fermi pseudopotential and One-pion-exchange (OPE) potential ignoring beta-equilibrium, is investigated. Within the densities corresponding to liquid cores of neutron stars, the system of self-consistent equations has solutions cocorresponding to magnetic fields with induction $B \sim 10^{12}$ - 10^{13} Gs, which is in good agreement with observable magnetic fields of neutron stars. Neutron and

proton spin polarization vectors are oppositely directed, which is in agreement with the results obtained for neutron-proton Fermi-gas with nuclear pseudomagnetism described by the same potentials. The results confirm the possibility to explain the mechanism of neutron stars magnetic fields formation not only by proton superconducting currents but also by spin polarization of nucleons in the liquid core of a neutron star (V. G. Baryshevsky pointed at this possibility after nuclear pseudomagnetism prediction in 1964).