

УДК 101.1:510.2

*Н.В. Михайлова***ФИЛОСОФСКИЙ АНАЛИЗ ИДЕИ КОГНИТИВНОГО
РЕЛЯТИВИЗМА В ОБОСНОВАНИИ МАТЕМАТИКИ**

Статья посвящена философско-методологическому анализу современной философской идеи когнитивного релятивизма в проблеме обоснования математики. В связи с трудностями обоснования современной математики можно попытаться смягчить принцип рациональности, отождествляемый с дедуктивно-аксиоматическим доказательством, обращаясь к содержательным и неформальным методам исследования математики в духе неклассической и постнеклассической методологии. В исследовании обозначается направление системно-методологического поиска в философии математики с целью создания концептуального каркаса для дальнейшей аргументации новой концепции обоснования математики. В работе показано, что если реально взаимодействуют различные направления обоснования математики, то их синтез возможен и необходим, так как в каждой философско-математической системе есть своя истина.

Введение

Философский анализ взглядов на современные математические теории показывает наличие различных, диалектически дополняющих друг друга подходов к обоснованию математики, подтверждающих неисчерпаемость феномена математического знания, предназначенного для достижения тех или иных целей, но при этом неизменно сохраняющем дедуктивную природу математического рассуждения. Осознание незнания того, как именно мы познаем, – это процесс, приведший к формулированию неклассических принципов, среди которых необходимо выделить идею релятивизма. Использование идеи когнитивного релятивизма в проблеме обоснования математики означает независимость и принципиальную частичность отдельных направлений обоснования математических теорий. Поэтому когнитивный релятивизм и компаративистика в философии математики, которые являются методологической основой новой философской традиции XXI в., расширяют границы методологического поиска, поскольку они лежат в основе любой попытки создания концептуального каркаса для синтеза философских направлений обоснования математических теорий. Поэтому вопрос об обосновании современной математики не может не затронуть такие важные аспекты, как продуктивность, надежность и истинность математических теорий.

Согласно главному тезису этого философского исследования, новая концепция обоснования математики эксплицируется с помощью философско-методологического синтеза действующих направлений обоснования математики как дополнительных процедур обоснования. Поэтому в качестве дополнительного аргумента, поддерживающего главный тезис этой гипотезы, кроме реальной дополнительности главных направлений обоснования математики – формализма и интуиционизма, можно сослаться на методологически важное заключение философа математики Л.Б. Султановой. Философская суть ее вывода состоит в том, что, «исследуя специфику математического знания и особенности его исторического развития, представляется возможным вскрыть механизм исторического изменения уровня строгости для математической теории, а также подтвердить недостижимость абсолютного обоснования математики» [1, с. 103]. В определенном смысле абсолютная точность и строгость математического доказательства лишены смысла, например, в силу релятивности приближенного решения в компьютерной математике. Доказательства не абсолютны, можно говорить об их предположительном характере и эволюции представлений о строгости. Критическое представление об абсолютном знании вынуждает признать релятивность знания в качестве неотъемлемого аспекта познавательной деятельности в обосновании математики. «Релятивизм» –

это такая философская позиция, основу которой составляет абсолютизация относительного характера действительности и ее познания. О релятивизме в проблеме обоснования можно рассуждать только тогда, когда выявлены различные точки зрения о существующих направлениях обоснования современной математики, а затем с помощью гносеологических аргументов можно будет показать, что все они в определенной степени в философско-методологическом смысле равноценны.

Вера в абсолютное знание (или в абсолютное обоснование) широко распространена, но ничем ни философски, ни методологически не оправдана. Поэтому в философии науки появилось понятие «когнитивная наука» как реакция на господство позитивистских установок, например, формалистского направления в обосновании математики. Одно из основных ее направлений можно охарактеризовать как совокупность современных знаний, направленных на поиск ответов на эпистемологические вопросы, в частности, о природе знания как истинного и обоснованного. Признание современной когнитивной наукой невозможности фундаменталистского обоснования математического знания означает, что никакая математическая теория в эпистемологическом отношении не репрезентирует реальность. Основанием для объединения определенных направлений обоснования в общую систему – когнитивную систему обоснования – является потенциальная возможность осуществления их философско-методологического синтеза. Но, говоря о когнитивной свободе, следует помнить о характерных для математики доказательствах невозможности чего-либо, ведь математика – пожалуй, единственный предмет, который полностью отдает себе отчет в своих ограничениях. Например, невозможность полной реализации Гильбертовой программы обоснования математики лишь подтверждает философский тезис о том, что нет ничего «абсолютно абсолютного». Поиск абсолютной надежности математики был основной мотивировкой для конкурирующих концепций Брауэра и Гильберта. Но можно задать и такой вопрос: нужна ли математике для своего оправдания абсолютная надежность? Чтобы выйти из тупиковой ситуации идеи абсолютного обоснования, которую представитель критического рационализма, немецкий философ Ганс Альберт называет «трилеммой Мюнхаузена», следует пересмотреть проблемную ситуацию, отказавшись от идеи, содержащейся в классической модели обоснования математики.

Поэтому поставленный вопрос можно рассматривать и в нефундаменталистском ключе, когда строгость анализа доказательства в обычном смысле состоит в том, что каждый этап доказательства абсолютно ясен каждому. Современная математика имеет очень сложное структурное строение. В математическом доказательстве принято использовать теоремы, полученные ранее, в виде готовых формулировок без соответствующих доказательств, поскольку их проверка требует чрезвычайно большого времени и терпения. Но будет ли такое рассуждение убедительным доказательством для тех, кто не знаком с доказательствами используемых теорем? Трудно дать однозначный ответ на этот вопрос, так как само слово «ранее» вносит дополнительный субъективный «релятивистский момент», поскольку хронологическая последовательность одновременно доказанных теорем может по-разному определяться разными математиками. Для дальнейшего философского анализа важно отметить, что системный подход в обосновании математики, как и любая другая развитая конкретно-научная методология, опирается на некоторую совокупность философско-методологических направлений обоснования и, кроме того, дополняется философско-методологическими идеями и средствами, что обуславливает более широкое толкование дополнительности как следствия полиморфности и гетерогенности принимаемой онтологии с атрибутивной потенциальностью. В таком философском контексте при использовании системного подхода к обоснованию современной математики должны отражаться противоположности различных направлений обоснования на пути их приближения к целостной концепции обоснования.

Однако следует подчеркнуть, что в качестве специфической черты неклассической математики релятивизм, поддерживающий свободу выбора, не может быть отождествлен с субъективизмом, поскольку он опирается на объективные критерии познавательных норм и состоятельность математического познания. Философская проблема релятивизма в обосновании научного знания сегодня по-прежнему актуальна в философии математики, поскольку конструктивистская философия естественным образом влечет за собой концепцию практически эффективной компьютерной математики, в которой, в частности, занимаются пошаговым построением математических утверждений. Общеизвестно, что требование истинности математических суждений предполагает элемент идеализации, поэтому, хотя «реальная истина» одна, мы вынуждены принять некоторые ограничения, налагаемые несовершенством отображения реального мира, а также с учетом того, что разные исследователи имеют разные представления об истинном положении дел. Согласно философскому определению американского исследователя Николаса Решера, «релятивизм есть доктрина, согласно которой люди делают выводы на основе стандартов и критериев, не имеющих внутренней обоснованности или убедительности, поскольку их ранг и статус полностью зависят от их принятия группой» [2, с. 35]. Релятивизм как современная философская концепция признает относительность норм, правил и критериев познавательной деятельности, зависящих от различных культурно-исторических, социальных и ценностных факторов, а так как мы ограничены знанием только отдельных фрагментов математики, то мы вынуждены говорить о принципиальной относительности любого описания системы обоснования математики.

Хотя релятивизм не является самостоятельной тенденцией развития современной науки, он сейчас настойчиво проявляет себя как неотъемлемое свойство математического познания. «Очевидно, – заключает философ науки Л.А. Микешина, – что релятивизм, долгие годы пребывавший на «обочине» гносеологических и методологических исследований и олицетворявший препятствие для получения истинного знания, в современной эпистемологии должен быть переоценен и переосмыслен как концептуальное выражение неотъемлемой релятивности знания, его динамизма и историчности» [3, с. 53]. В качестве примера, подтверждающего такого рода тенденции в математике, рассмотрим типичную реакцию на парадокс Сколема, проявившуюся в релятивизации концепции множества в зависимости от принятой аксиоматики. В серии работ, начатых шведским логиком Леопольдом Левенгеймом, а затем продолженных норвежским математиком Туральфом Сколемом в начале XX в., была выявлена новая проблема относительности понятия мощности множества. Суть их основного результата, получившего название теоремы Левенгейма–Сколема, сводится к тому, что любая теория, которая может быть формализована в исчислении предикатов первого порядка, имеющая несчетную модель, имеет также счетную модель. Отсюда следует поразительный вывод, называемый парадоксом Сколема, согласно которому понятие мощности множества, как и понятие бесконечного множества, не является абсолютным, а зависит от той аксиоматики, в которой рассматривается данное множество. Оригинальная и глубокая релятивистская интерпретация этой теоремы в философии математики принадлежит самому Сколему, который сделал философски и методологически нетривиальный вывод о том, что не существует «абсолютной» несчетности, а существует несчетность относительно формальной системы, когда множество, которое несчетно в формальной теории, является счетным вне этой теории или в другом метаязыке.

При анализе такого рода рассуждений выясняется, что для континуума может существовать взаимно однозначное соответствие с натуральным рядом чисел. Но это «соответствие» не находится внутри модели теории множеств, а принадлежит метатеории, что, возможно, и объясняет этот парадокс. Поэтому парадокс Сколема не следует интерпретировать как «дискредитирующий» аксиоматическое направление в математи-

ке, учитывая синтез интуиции и логики в математических построениях. Этот синтез фиксирует связь рационального и иррационального в научном исследовании. Философам математики хорошо известно, что следует быть предельно аккуратным при выведении философских следствий из математических утверждений и теорем. Это необходимо в силу того, что может произойти смешение деталей, относящихся к разным областям математического знания и имеющих отличающиеся критерии их надежности и уровня обоснованности. Такое положение дел наблюдается, например, в философско-математическом осмыслении реальности, связанном с теорией относительности. Так как самой большой возможной скоростью является скорость света, то обычное сложение для скоростей не годится. Используя теорему сложения скоростей в специальной теории относительности, украинский математик академик В.Л. Рвачев построил неклассическую модель исчисления с другим вычислительным наполнением. Он назвал ее «релятивистской», чтобы подчеркнуть происхождение операции сложения из теории релятивизма, точнее теории относительности. Заметим, что на выполнимость групповых свойств новой операции сложения впервые обратил внимание Альберт Эйнштейн.

Именно релятивизм представляет собой наибольшую трудность в обосновании математики, так как оказалось, что аксиоматическая система может быть «некатегоричной» в том смысле, что она, возможно, связана с существованием дополнительных неопределяемых понятий, содержащихся в каждой непротиворечивой системе аксиом, и поэтому может быть по-разному интерпретирована в контексте своеобразного «принципа математической относительности». Чтобы обсуждать проблему релятивизма в обосновании математики, надо уточнить терминологию, принятую в современной философии науки. Так, «эпистемологический релятивизм» – это концепция, согласно широкому толкованию которой среди множества точек зрения и теорий относительно какого-либо объекта не существует единственно верной. В современной эпистемологии осознана необходимость различать «релятивность» как свойство самого знания и «релятивизм» как тенденцию абсолютизации релятивности знания. Например, релятивность превращается в релятивизм, когда констатируют, что среди различных математических концепций генезиса числа нет преимущественной концепции. Релятивность как относительность наших знаний по отношению к определенному типу рациональности вполне адекватна реальной научной практике. Анализ математических направлений показывает, что всякое обоснование математической теории является обоснованием относительным, поэтому оно может состоять только в прояснении принципов, достаточных для системного представления математического содержания этой теории. Общий тезис об относительности знания проявляется не только в изменении областей познанного и непознанного, но также и в изменении характера самого познания. Философский тезис об относительности научного знания приобретает особую актуальность при сравнении методов познания в чистой и прикладной математике. Но с точки зрения философского осмысления обоснования современного периода математического знания релятивизм создает дополнительные трудности.

Они проявляются в философских спорах между релятивистами и фундаменталистами, поскольку трудно примерить две альтернативные позиции в философии математики: фундаментализм, ориентирующийся на структурные ценности математики и провозгласивший целью обоснования математики как структурной ценности установление ее непротиворечивости, и антифундаментализм, опирающийся на релятивистскую аргументацию и отстаивающий приоритетность процесса развития перед структурным обоснованием. Чтобы понять, кто в этом споре прав, философ Е.А. Мамчур выделяет три типа эпистемологического релятивизма, назвав их «персоналистский», «когнитивный» и «культурный». С точки зрения обоснования современной математики методологический интерес представляет второй тип эпистемологического релятивизма, имеющий свою предысторию. Немецкий математик, физик и философ Готфрид Лейбниц полагал,

что каждый наблюдатель рассматривает всю вселенную с точки зрения, отличной от других, что можно трактовать как одну из ранних форм «когнитивного релятивизма», хотя западная философия того времени предъявляла более жесткие нерелятивистские когнитивные претензии к познанию. «Суть когнитивного релятивизма в утверждении, что в научном познании не существует критериев адекватности научных теорий действительности, в связи с чем выбор между различными концепциями и теориями невозможен» [4, с. 76–77]. С точки зрения когнитивного релятивизма выявляется некоторая относительность противопоставления формалистского и интуиционистского направлений, так как формальная составляющая может проявляться через интуитивную и наоборот.

Следовательно, обоснование математики должно также основываться на объяснении реального успеха математических теорий, учитывающего наличие различных средств познания в современной математике. Безусловно, философские подходы к обоснованию математики не имеют полной надежности, но мы мыслим надежнее, когда есть возможность релятивистского подхода. Философский анализ направлений обоснования математики позволяет выявить релятивистский подход, состоящий в том, что нет смысла постоянно говорить о специфических особенностях реальных направлений обоснования современной математики, а следует переинтерпретировать эти направления в рамках другого методологического подхода к обоснованию. В контексте проблемы обоснования современной математики можно согласиться с мнением философа математики А.В. Родина о том, что релятивизм может быть серьезной философской позицией, «если под ним понимать тезис о необходимости развивать общезначимые понятия, такие как истина, объективность и знание, в терминах отношений между различными точками зрения, а не независимо от них» [5, с. 75]. Это вполне философски определенная релятивистская позиция, поскольку она допускает историческую эволюцию логики и существование различных подходов к обоснованию. При такой интерпретации процессуальная сторона новой концептуальной программы обоснования математики хорошо соотносится с таким аспектом научной деятельности, как синтез.

Если допустить, что логика обоснования современной математики связана с онтологией и гносеологией математики, то тогда они совместно претерпевают некоторую историческую эволюцию в процессе роста математического знания. Для дополнительной аргументации необходимости философско-методологического синтеза в обосновании математики заметим, что трудности обоснования математических теорий связаны с тем, что многообразие направлений современной математики не способствует их редукции к одной теоретической схеме. Для подтверждения этого тезиса напомним о различных редукционистских подходах в тех программах обоснования математики, которые в итоге привели к определенному скептицизму относительно решения проблемы обоснования. Программа логицизма основывалась на допущении редукции математических теорий к логике, программа интуиционизма ставила задачу редукции математики к ее исходным представлениям как необходимым интуициям сознания, а программа формализма представляла собой редукцию математической очевидности к предметно-логической очевидности. Поэтому в обосновании обнаруживается релятивизм, которого не было в классической науке, с признанием плодотворности редукционистского подхода к обоснованию на раннем этапе философии математики.

Возможно, ошибка классических программ обоснования математики была в том, что они стремились абсолютизировать какую-то одну систему достоверных положений обоснования, не учитывая их дополнительный характер взаимодействия, то есть в них не выдерживался принцип «логического консенсуса», одинаково приемлемый и для формалиста, и для интуициониста. В связи с существующими методологическими разногласиями по проблеме обоснования математики можно предположить, что существенный сдвиг в решении проблемы обоснования математики зависит сегодня не от методо-

логического анализа аксиоматических систем. Определенный прогресс в обосновании связан с углублением философии математики, которая как часть философии все же отличается своей принципиальной незавершенностью от полноценного анализа допустимых подходов к обоснованию математических теорий. «Современный релятивизм – это не завершенная концепция, имеющая убежденных и последовательных сторонников, а, скорее, соблазн, который испытывают все, в наличии которого обвиняют друг друга и альтернативы которому не видят» [6, с. 81]. Поэтому расхождения в философских взглядах, вызванные использованием понятий неограниченной общности, вообще говоря, не таят в себе серьезной угрозы для направлений обоснования и самого существования математики. Следовательно, надо сосредоточиться на том, как отступить без значительных потерь и как интерпретировать плодотворно работающие направления обоснования в целостной системе обоснования математики на современном этапе ее развития.

При этом можно даже пожертвовать некоторыми второстепенными философскими положениями с целью сохранения наиболее перспективных философско-теоретических конструкций обоснования, рассматривая их уже как «вторичную концептуализацию» исходных философских идей обоснования современной математики. Ограниченность программ обоснования формализма и интуиционизма привела к пониманию ограниченности редукционистского подхода в философии математики. С учетом реального сосуществования в современной математике таких конкурирующих исследовательских программ, как формализм и интуиционизм, не следует пытаться опровергать их. Подводя итог давнему спору между интуиционистами и формалистами как представителями наиболее значимых направлений обоснования современной математики, можно согласиться с мнением философа математики В.В. Целищева: «Сначала исследовательским программам свойственна философская заданность, а затем философский релятивизм, колеблющийся вокруг всех устраивающего концептуализма» [7, с. 75].

Противоположный ему подход, используемый в исследовании проблемы обоснования математики, получил в философии науки название системного, связанного с философско-методологическим синтезом направлений обоснования математики. В отчетливой форме он сформулирован в новой методологической установке, согласно которой целое как система не только не детерминируется совокупностью его элементов и даже не сводится к ним, а, напротив, эти элементы детерминируются целым и лишь в его рамках получают свое методологическое объяснение и философское оправдание. Системный подход в философско-математическом исследовании по проблеме обоснования современной математики выполняет ту же методологическую роль, которую в рамках классической науки выполнял в свое время редукционистский подход. Он вполне естественно подводит к необходимости философско-методологического синтеза направлений обоснования математики, хотя теория и практика синтезирующей обосновательной деятельности в области математики еще далеки от их философского завершения.

Заключение

Общеметодологическая значимость идеи когнитивного релятивизма для обоснования современной математики состоит в том, что философско-методологический синтез направлений обоснования возможен в форме дополнительности, снимающей противоречия в более высоких по уровню программах. Такой подход приобретает принципиальное значение в проблеме обоснования математики, обусловленной деятельностной ориентацией математического познания на современном этапе философского осмысления математического знания. Различия между основными программами обоснования математики (формализмом и интуиционизмом) были в определенной степени взаимодополняющими типами обоснования, соответствующими различным типам знания. Сущность современных математических категорий раскрыва-

ется в рамках и классической, и неклассической рациональности, когда сосуществуют альтернативные признаки.

Используя методологию когнитивного релятивизма, локальную непротиворечивость и концепцию истины, можно попытаться сделать доступными ценности разных методологических подходов к обоснованию математики. Релятивистский аспект проблемы обоснования математики возникает в связи со сколемским релятивизмом мощностей, согласно которому любая система аксиом, имеющая модель, не устанавливает пределов для других моделей или интерпретаций. Поэтому необходим новый подход к обоснованию современной математики, так как формально-математический анализ включает также редукцию к различным конструктивистским методам математического доказательства. Философско-методологический синтез в виде системной триады основных направлений обоснования современной математики представляет особый синтетический метод научного познания математической действительности, являющийся вместе с философско-методологическим анализом наиболее общим средством постижения математической истины.

Методологическая эффективность основных направлений обоснования математики способствует углублению понимания противоречивости обоснования математики и переосмыслению концепции обоснования современной математики на основе принципа взаимодополнительности и методологии системного мышления. Постнеклассическая рациональность в математике характеризуется неустранимостью субъекта познания, трансформируя идеал объективности математического знания, констатируя реальное состояние математики и интеграцию ее направлений в методологическом синтезе. Когнитивный релятивизм, согласно которому выбор между разными направлениями обоснования математики в качестве единственного и абсолютного невозможен, является философской позицией в обосновании математики, которая опирается на объективные критерии познавательных норм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Султанова, Л.Б. Роль неявных предпосылок в историческом обосновании математического знания / Л.Б. Султанова // Вопросы философии. – 2004. – № 4. – С. 102–115.
2. Решер, Н. Границы когнитивного релятивизма / Н. Решер // Вопросы философии. – 1995. – № 4. – С. 35–54.
3. Микешина, Л.А. Релятивизм как эпистемологическая проблема / Л.А. Микешина // Эпистемология и философия науки. – 2004. – Т. I. – № 1. – С. 53–63.
4. Мамчур, Е.А. О релятивности, релятивизме и истине / Е.А. Мамчур // Эпистемология и философия науки. – 2004. – Т. I. – № 1. – С. 76–80.
5. Родин, А.В. Рациональность и релятивизм / А.В. Родин // Вопросы философии. – 2008. – № 9. – С. 55–76.
6. Левин, Г.Д. О трех видах релятивизма / Г.Д. Левин // Вопросы философии. – 2007. – № 7. – С. 70–81.
7. Целищев, В.В. Естественность и искусственность в философии математики / В.В. Целищев // Гуманитарные науки в Сибири. – 1995. – № 2. – С. 72–77.

Michailova N.V. Philosophical Analysis of Cognitive Relativism in Substantiation of Mathematics

The article is devoted to the philosophical and methodological analysis of the contemporary philosophical idea of cognitive relativism in the problem of substantiation of mathematics. Because of the difficulties of substantiation of modern mathematics one can try to «soften» the rigidity of the principle of rationality which is identified with the axiomatic deductive proof referring to the substantive and non-formal methods of investigation of mathematics in the spirit of non-classical and postnonclassical methodology. To create a conceptual framework for the further argumentation of the new concept of substantiation of mathematics the direction of systemic and methodological research in the philosophy of mathematics is indicated in this study. The paper shows that if different directions of substantiation of mathematics really interact their systematic synthesis is possible and necessary because each philosophical and mathematical system has its own truth.

Рукапіс паступиў у рэдакцыю 01.10.2014