
ПЕДАГОГІКА

УДК 373.2

Татьяна Степановна Будько

канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. специальных педагогических дисциплин
Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина

Tatsiana Budzko

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Special Pedagogical Disciplines
at the Brest State A. S. Pushkin University

e-mail: ts.budzko@gmail.com

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДЕТЕЙ ДОШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА

Обоснована необходимость использования метода моделирования для развития математических представлений у детей дошкольного возраста, описана его сущность. Для реализации программных задач образовательной области «Элементарные математические представления» учебной программы дошкольного образования выявлены и охарактеризованы модели, способствующие доступному, осознанному освоению детьми математического материала, указано, как правильно их использовать в процессе познания свойств объектов, процессов, явлений и отношения между ними посредством моделирования.

Ключевые слова: моделирование, развитие, математические представления, дети дошкольного возраста.

Modeling as a Means of Development Mathematical Representations in Children Preschool Age

The necessity of using the modeling method for the development of mathematical representations in preschool children is shown. Its essence is described. To implement the program tasks of the educational field «Elementary Mathematical representations» of the preschool education curriculum, models are characterized that contribute to the accessible, conscious mastering of mathematical material by children, it is indicated how to use them correctly in the process of cognition of the properties of objects, processes, phenomena and the relationship between them through modeling.

Key words: modeling, development, mathematical representations, preschool children.

Введение

Необходимость использования метода моделирования для развития математических представлений у детей дошкольного возраста вытекает из высокой степени абстрактности математических понятий. Известно, что математика – это наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира. Математика изучает математические модели – логические структуры, в которых описан ряд отношений между их элементами. Понятия математики отвлечены от конкретных явлений и предметов; они получены в результате абстрагирования от качественных особенностей, специфических для данного круга явлений и предметов.

Уже в дошкольном возрасте дети способны осваивать математические представления и связанные с ними логические опе-

рации. Основными задачами развития математических представлений у детей дошкольного возраста являются развитие у детей логико-математических представлений (о математических свойствах и отношениях предметов, конкретных величинах, числах, геометрических фигурах, зависимостях и закономерностях) и освоение детьми способов познания объектов, свойств, отношений.

Большинство математических зависимостей – это абстракции, которые невозможно проиллюстрировать с помощью показа реально существующих объектов. Поэтому при их изучении следует использовать такой способ конкретизации, как моделирование. Согласно концептуальному положению В. В. Давыдова о ведущей роли моделирования при обучении ребенка математике, модельный подход к обучению не позволяет строить его преимущественно на на-

глядно-иллюстративном методе, а требует организации собственной моделирующей деятельности ребенка с изучаемыми понятиями и отношениями. Причем намного важнее учить ребенка определенным моделирующим действиям, чем конкретным предметным навыкам, т. к. только в этом случае он сможет впоследствии сознательно оперировать абстрактными математическими понятиями [1].

Понятие «число» является абстракцией, не воспринимаемой чувствами непосредственно. Любая «привязка» его к непосредственно воспринимаемому объекту, например, к множеству «елочек» («морковок», «зайчиков»), – это фактически двойное понижение уровня абстрактности, а значит, и обобщенности самого понятия. Дети обращаются не к множеству вообще, а к «множеству «зайчиков»».

По мнению А. В. Белошистой, наиболее естественно можно осуществить вхождение детей в мир математики с помощью не арифметического, а геометрического материала, т. к. пространственная характеристика, форма, размер геометрических фигур поддаются вещественному, а затем графическому моделированию и воспринимаются непосредственно на чувственном уровне.

Освоение детьми математических представлений и способов познания объектов, свойств, отношений составляют первоначальный логико-математический опыт ребенка. Этот опыт является началом познания окружающей действительности, первым вхождением в мир математики. Однако педагогу следует знать, какие наглядные пособия способствуют доступному, осознанному освоению детьми математического материала и как правильно их использовать.

Цель исследования состоит в выявлении области эффективного использования моделей, способствующих доступному, осознанному освоению детьми математического материала.

Сущность метода моделирования

Модели – это формы особых абстракций, в которых существенные отношения объекта закреплены в наглядно воспринимаемых и представляемых связях и отношениях, вещественных или знаковых элементах.

Под моделированием понимается процесс создания моделей и их использова-

ние в целях формирования знаний о свойствах, структуре, отношениях, связях объектов.

Психологи (Д. Б. Эльконин, Л. А. Венгер, Н. Н. Поддьяков, В. В. Давыдов и др.) определяют моделирование как наглядно-практический метод обучения.

Моделирование позволяет познать математические объекты изнутри, увидеть скрытые связи, абстрагироваться от несущественных свойств предмета, а также позволяет дошкольникам в процессе развития математических представлений самим участвовать в открытии новых знаний, а не получать их в готовом виде. Развитие у детей дошкольного возраста умений моделирования предполагает развитие умений воспринимать и понимать изображение с помощью символов, осуществлять схематизацию, замещение, кодирование, декодирование.

В дошкольном обучении можно применять следующие виды моделей.

Предметная (образная) модель представлена в виде рисунка, чертежа, физической конструкции предмета или закономерных связанных предметов, которая воспроизводит главные части, конструктивные особенности, пропорции, соотношения частей в пространстве.

Знаково-символическая модель, в которой выделенные в объекте существенные компоненты и связи между ними обозначаются с помощью предметов-заместителей и графических знаков.

Чтобы модель как наглядно-практическое средство познания выполняла свою функцию, она должна соответствовать ряду требований:

1) облегчать познание скрытых свойств и связей;

2) четко отражать основные, существенные свойства и отношения, которые являются объектом познания;

3) быть доступной для создания и действия с ней.

В работах Л. А. Венгера, О. М. Дьяченко и др. выделены этапы овладения детьми моделированием [2].

На первом этапе дети осваивают замещение реально существующих предметов и явлений условными обозначениями, т. е. овладевают самой моделью.

На втором этапе дошкольники осваивают действия по использованию готовых моделей. У детей формируются умения от-

влекаться от конкретного содержания и мысленно представлять себе объект с его функциональными связями и зависимостями.

На третьем этапе происходит самостоятельное использование усвоенных моделей и приемов работы с ними в собственной деятельности. Построение модели осуществляется самим ребенком.

Таким образом, модель – это любой мысленный или условный образ (изображение, описание, схема, чертеж, график, план) какого-либо процесса или явления (оригинала данной модели), используемый в качестве заместителя; это замещение одного объекта (оригинала) другим (моделью) для изучения свойств объекта. Замещение производится с целью упрощенного и осознанного изучения свойств оригинала. Оригинал и модель сходны по одним (существенным) параметрам, отражающим общие для некоторых объектов свойства и отношения, и различны по другим.

Создание и использование моделей для овладения количественными представлениями детьми дошкольного возраста

Для реализации *программных задач* образовательной области «Элементарные математические представления» учебной программы дошкольного образования [3] выявим и охарактеризуем модели, способствующие доступному, осознанному освоению математического материала детьми дошкольного возраста, рассмотрим, как правильно их использовать в процессе познания свойств объектов, процессов, явлений и отношения между ними посредством моделирования.

1. Ознакомление детей со способами обозначения числа. Число – основное понятие математики. Числа используются детьми для количественной характеристики группы предметов, для их сравнения по количеству, для обозначения порядкового номера объекта, для обозначения результата измерения величины объектов. Число непосредственно нельзя увидеть, но можно изобразить с помощью *знака*. Какой знак будет являться моделью числа? В разные времена у разных народов существовали разные способы изображения чисел: иероглифическая нумерация, клинопись, алфавитная нумерация, римская нумерация и др.

Таким образом, число может изображаться не только с помощью цифры.

В настоящее время во всех странах Европы и большинстве других стран люди используют цифры. Однако современное написание цифры представляет собой некое абстрактное изображение. Так, глядя на цифры 2 и 3 невозможно понять, какое число больше, из скольких единиц состоит каждое число, какие два меньших числа в сумме составляют указанное число. Поэтому для детей дошкольного возраста будет понятней представить количественный смысл числа с помощью предметной модели «*Цветные числа (палочки Кюизенера)*» (материал описан в [4, с. 210]).

Осознать количественное значение числа помогут числовые фигуры (карточки Лая), на которых количество точек расположено в удобной для восприятия и запоминания форме (как на домино или картах). Они были созданы немецким педагогом В. А. Лаем для обучения детей дошкольного возраста в начале XX в.

Полезно также предложить детям в качестве знака, показывающего количественную характеристику группы предметов, *схематические рисунки римской нумерации* (один – «палец», пять – «ладонь», десять – «две ладони») и познакомить их с правилами записи других чисел в пределах десяти.

Целесообразно наряду с современными печатными цифрами показать детям такое их изображение, где знаки отличаются по количеству углов: от одного до девяти (назовем эту модель «*Цифры с углами*»).

Ознакомление детей с разными способами изображения чисел позволит им понять отличие между числом и цифрой.

2. Развитие представлений у детей об отношениях между числами. Решению этой задачи способствует модель «*числовая лесенка*». Причем ее целесообразно *создавать* вместе с детьми. Сначала воспитатель выкладывает последовательно определенное количество кругов (начиная от одного) в ряд и обозначает их количество цифрой. Каждый последующий ряд увеличивается на один предмет, «лишние» предметы следующего ряда должны быть другого цвета. Предметы раскладываются строго один под одним в параллельные ряды. После сравнения количества предметов в соседних рядах, педагог переходит к сравнению соот-

ветствующих чисел, абстрагируясь на последнем этапе от конкретных множеств. С помощью такой модели легко показать не только отношение между соседними числами, но и то, что каждое число больше всех предыдущих, но меньше всех последующих.

Другой эффективной моделью для понимания отношений между числами выступают *палочки Кюизенера (цветные числа)*. Полоски разной длины и разного цвета, каждая из которых обозначает определенное число, выкладывают в порядке их возрастания по длине (в направлении сверху вниз), тем самым моделируя отношение «больше» между числами.

Предметную модель *палочки Кюизенера* также целесообразно использовать при **развитии представлений о составе числа из отдельных единиц в пределах 5 и о составе числа из двух меньших чисел**. Каждая из этих задач решается сначала на дочисловом этапе, потом с помощью предметной модели *палочки Кюизенера*, а затем, абстрагируясь от конкретных множеств, дети переходят на уровень числа (используя только графические знаки – цифры, стрелки).

3. Обучение детей порядковому счету.

При решении данной задачи следует использовать последовательно разные виды моделей, которые помогут понять, что, отвечая на вопрос «Какой по порядку?», в отличие от ответа на вопрос «Сколько?» нужно определить не общее количество предметов, а место одного предмета среди других. Для этого используются порядковые числительные, при этом важно, в каком направлении ведется счет и то, что предметы расположены линейно (в один ряд). На первом этапе это удобно сделать с помощью изображений *конкретных* персонажей сказки, которые появляются в определенной последовательности и располагаются в ряд.

Однако затем надо постепенно абстрагироваться от конкретного сюжета и конкретных персонажей. Поэтому на следующем этапе важно заменить сказочных героев их более абстрактными образами – *геометрическими фигурами*, отличающимися по величине или форме, напоминающими по этим признакам конкретные персонажи.

Наконец, для установления отношения порядка можно использовать *однородные предметы, не связанные по сюжету с конкретной ситуацией*, но обязательно по-

зволяющие установить порядковое место предмета в ряду среди других. Это могут быть геометрические фигуры (или разноцветные палочки), отличающиеся только одним признаком, ничем не связанным с конкретной ситуацией.

4. Обучение делению предметов на равные части. Сначала можно использовать такие *реальные предметы*, которые отвлеченно от конкретной ситуации являются моделью. Например, прямоугольный лист бумаги для рисования разделить на две равные части. Далее следует предложить разделить вырезанный из бумаги украшенный ребенком «пирог». В этом случае прямоугольник будет являться *заместителем реального предмета*. Затем следует работать с *абстрактными геометрическими фигурами*, не привязывая их к конкретным предметам. Важно, чтобы дети сравнивали между собой части одной модели. Несмотря на то, что равные между собой части будут обозначаться числительными (половина полоски – это одна вторая ее часть), детей не выводят на уровень дробных чисел. На этом этапе с помощью практических упражнений детей можно подвести к выводу: чем на большее число частей мы делим предмет (фигуру), тем меньшего размера получаются части.

5. Развитие умения группировать предметы. Для решения этой задачи детям дошкольного возраста следует предлагать упражнения на образование групп, в результате которых они осваивают умение объединять вместе объекты с одинаковыми свойствами и выделять общее свойство группы. В упражнениях и играх на группировку можно использовать как *окружающие детей предметы* (в частности игрушки), так и *специальные модели (геометрические фигуры и, в частности, логические блоки Дьенеша)*. Как показали исследования А. А. Столяра, Р. Л. Непомнящей и др., в старшем дошкольном возрасте детей можно познакомить с тем, что предметы, обладающие определенным свойством, выделяются из некоторого наперед заданного, или универсального, множества.

Блоки названы логическими потому, что они позволяют моделировать разнообразные логические структуры и решать логические задачи с помощью специально со-

здаваемых конкретных ситуаций (материал описан в [2]).

Отметим преимущество использования специальных моделей перед окружающими детей предметами. В дошкольном возрасте (особенно в младшем) дети склонны объединять предметы в группу по привлекающему для них признаку, а не по существенному (такому, который присущ всем элементам из данного множества, но этого признака нет у элементов, не принадлежащих этому множеству). Названный педагогом признак детям сложно увидеть у предметов, обладающих большим количеством признаков, поэтому логично выбрать такие модели, которые специально отличаются по одному или двум признакам (например, *геометрические фигуры*).

6. Формирование умения сравнивать две группы предметов по количеству. У детей младшего и среднего дошкольного возраста умения сравнивать две группы предметов по количеству формируют с помощью *предметных моделей* на основе установления между предметами каждой группы взаимно однозначного соответствия (путем наложения, приложения или составления пар). Старших дошкольников целесообразно познакомить со *знаково-схематической моделью* – *графическим* изображением элементов множества с помощью точек на плоскости и отношений между элементами множеств с помощью стрелок [4]. Многоцветные графы, как показали исследования Ф. Папи и Ж. Папи, являются эффективным педагогическим средством объяснения математических понятий и свойств отношений.

Обратим внимание на преимущество использования знаково-схематической модели [4]. При ознакомлении детей с графическим изображением множества и отношений между элементами множеств педагог отмечает, что *нам не важно, как выглядит каждый предмет в том случае, когда надо только узнать, поровну ли предметов*. Воспитатель уточняет, можно ли предметы не рисовать реальными, а изобразить каким-нибудь быстрым способом, если надо только узнать, поровну ли предметов. Выслушав разные предложения, педагог подводит детей к возможности изображения предметов точками. Затем показывается, что элементы одного множества можно нарисовать внутри одного круга (впрочем,

внутри любой замкнутой линии), а элементы другого множества – внутри другого круга. Точки внутри кругов могут быть на первых порах изображены разным цветом (так изображение будет чуть конкретнее), а затем желательно цвет убрать, оставив для конкретики цвет (или размер) лишь для изображения кругов.

Так, например, необходимо выяснить, поровну ли детей и фруктов. Для этого можно изобразить точками детей в маленьком круге, а фрукты – в большом. Целесообразно рассмотреть разные количественные соотношения между элементами множеств. Для того чтобы определить, в каком множестве элементов больше (или их поровну), необходимо соединить стрелкой каждый элемент первого множества только с одним из элементов второго множества. Таким способом можно сравнить любое количество любых предметов независимо от их качественных и пространственных признаков. Именно здесь отношение (больше, меньше или поровну) абстрагируется от конкретных множеств. Такое понимание ребенком отношения ляжет в основу сравнения чисел.

Исходя из того, что развитие у детей **понимания независимости количества от других признаков предметов** происходит на основе умения сравнивать две группы предметов по количеству, то для доказательства независимости количества следует использовать вышерассмотренный подход.

7. Ознакомление со словосочетанием «часть множества». Сначала педагог обращает внимание детей на такое множество, где несколько элементов имеют одинаковое свойство, в отличие от остальных элементов множества. В качестве элементов множества могут быть сначала любые окружающие предметы, а затем иллюстрации однородных предметов, отличающихся по видовым признакам. Однако в дальнейшем моделирование операции выделения части из множества и разбиения множества на части следует проиллюстрировать *с помощью диаграммы Эйлера – Венна*, используя множество геометрических фигур, объединяя фигуры замкнутой линией (кругом) определенного цвета.

Например, сначала педагог предлагает детям найти, чем похожи все рассматриваемые фигуры и чем они отличаются. Затем он просит выбрать из всех разноцвет-

ных фигур (целого множества) только круги (часть множества), положить их в красный обруч, а все квадраты (другую часть множества) – в синий обруч. Детям предлагается описать элементы первой части множества, которая находится в красном обруче, а затем назвать, что общего между собой имеют элементы второй части множества. Далее можно уточнить, сколько элементов находится в первой части множества, а сколько – во второй части. Методика ознакомления со словосочетанием «часть множества» и обучения моделированию операции выделения части из множества и разбиения множества на части подробно описана в [5].

8. Формирование и развитие умения находить элементы пересечения, объединения, разности двух множеств также основано на овладении детьми моделированием соответствующих отношений с помощью диаграммы Эйлера – Венна. Развитие умения детей устанавливать родовые и видовые отношения между понятиями целесообразно осуществлять в процессе обучающих игр с обручами. Причем с самого начала предлагается множество элементов изображать с помощью кругов (замкнутых линий), которые будут находиться в одном из отношений: пересекаться, быть включены друг в друга или расположены отдельно.

На первом этапе изображенным кругам (или обручам) можно давать предметные названия – «домики», «клумбы». Например, педагог рассказывает, что все круглые фигуры хотят поселиться внутри красного «домика», а желтые – внутри синего. Затем детям необходимо разложить фигуры разного цвета и формы в свои «домики» и объяснить, какие фигуры лежат в каких «домиках» и почему (используя слова «внутри», «вне», «круглый», «желтый» и отрицание «не»).

В дальнейшем целесообразно использовать абстрактные слова «область», «круг». Подробно методика развития умения находить элементы пересечения, объединения, разности двух множеств описана в [5].

9. Формирование у детей шестилетнего возраста вычислительных действий. В качестве подготовительных упражнений, подводящих к пониманию арифметических действий сложения и вычитания, детям старшего дошкольного возраста целесообразно предложить упражнения по

выполнению операций над множествами. При ознакомлении с объединением множеств дети начинают понимать, что несколько отдельных частей можно объединить в одно целое множество и что любое целое множество больше, чем его часть. Ребенок еще не выполняет арифметических действий сложения и вычитания, однако именно такими упражнениями закладывается их основа. Эту работу следует рассматривать как пропедевтику вычислительной деятельности [4].

На начальном этапе можно использовать разные предметы, игрушки, предметные картинки, природный материал, геометрические фигуры для упражнения детей в выполнении операции классификации над элементами множеств. Это, в свою очередь, приведет к пониманию как родовых, так и видовых понятий, а также к осмысленному усвоению понятий «множество», «часть», «целое».

На основном этапе в качестве наглядной основы для понимания отношений между частями и целым следует применять диаграммы Эйлера – Венна, в которых эти отношения изображаются графически. Например, для моделирования действия сложения можно предложить детям нарисовать круг (замкнутую линию), изобразить в нем элементы множества (например чашечки) точками, затем нарисовать рядом другой круг, изобразить внутри его точками элементы другого множества (например тарелочки), а потом обсудить с детьми: как узнать, сколько всего элементов в двух множествах (посуды) изображено точками?

Аналогично моделируется действие вычитания: осуществляется операция удаления части из целого (основного) множества.

Заключение

Таким образом, необходимость использования метода моделирования для развития математических представлений у детей дошкольного возраста вытекает из высокой степени абстрактности математических понятий. Моделирование позволяет познать математические объекты изнутри, увидеть скрытые связи, абстрагироваться от несущественных свойств предмета, а также позволяет дошкольникам в процессе развития математических представлений са-

мим участвовать в открытии новых знаний, а не получать их в готовом виде. Однако следует выбирать такие средства наглядности, которые способствуют доступному, осознанному освоению детьми математического материала, и при этом удовлетворяют принципу научности. Педагогу важно знать, как правильно использовать модели в процессе познания свойств объектов, процессов, явлений и отношения между ними посредством моделирования. Являясь общим

средством изучения действительности, моделирование позволяет эффективно развивать математические представления у детей дошкольного возраста, формировать такие приемы умственной деятельности, как классификация, сравнение, анализ и синтез, обобщение, абстрагирование, индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, что, в свою очередь, стимулирует формирование и развитие математического мышления ребенка.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белошистая, А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников : курс лекций / А. В. Белошистая. – М. : ВЛАДОС, 2004. – 400 с.
2. Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста / З. А. Михайлова [и др.]. – СПб. : Детство-Пресс, 2008. – 384 с.
3. Учебная программа дошкольного образования. – Минск : НИО, 2019. – 416 с.
4. Будько, Т. С. Теория и методика формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста : учеб. пособие / Т. С. Будько ; М-во образования Респ. Беларусь, Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2021. – 296 с.
5. Будько, Т. С. Развитие представлений о множестве у детей старшего дошкольного возраста / Т. С. Будько // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 3, Філалогія. Педагогіка. Псіхалогія. – 2021. – № 1. – С. 91–99.

REFERENCES

1. Bieloshistaja, A. V. Formirovanije i razvitije matiematichieskikh sposobnostiej doshkol'nikov : kurs liekcij / A. V. Bieloshistaja. – M. : VLADOS, 2004. – 400 s.
2. Tieorija i tiekhnologi matiematichieskogo razvitija dietiej doshkol'nogo vozrasta / Z. A. Mi-khajlova [i dr.]. – SPb. : Dietstvo-Press, 2008. – 384 s.
3. Uchiebnaja programma doshkol'nogo obrazovanija. – Minsk : NIO, 2019. – 416 s.
4. Bud'ko, T. S. Tieorija i mietodika formirovanija eliemientarnykh matiematichieskikh pridstavlienij u dietiej doshkol'nogo vozrasta : uchieb posobije / T. S. Bud'ko ; M-vo obrazovanija Rieesp. Bielarus', Briest. gos. un-t im. A. S. Pushkina. – Briest : BrGU, 2021. – 296 s.
5. Bud'ko, T. S. Razvitije predstavlienij o mnozhiestvie u dietiej starshiego doshkjl'nogo vozrasta / T. S. Bud'ko // Viesn. Bresc. un-ta. Sier. 3, Filalohija. Piedahohika. Psikhalohija. – 2021. – № 1. – С. 91–99.

Рукапіс надруковано у редакцію 16.08.2022