

УДК 330.4:656.02

О.В. Дмитрачкова

ОПТИМИЗАЦИЯ МАРШРУТОВ ТРАНСПОРТА В ЦЕПЯХ ПОСТАВОК

В работе дана постановка задачи маршрутизации транспорта (Vehicle Routing Problem, VRP), рассмотрены различные виды задач VRP, проведен обзор и анализ методов их решения. Задачи VRP весьма актуальны, так как они возникают в планировании логистических цепей поставок. В зависимости от ограничений существуют следующие виды VRP-задач: VRP с временными окнами – VRPTW; VRP с ограничением по грузоподъемности – CVRP; VRP с несколькими депо – MDVRP; VRP с возвратом, где клиенты могут возвращать некоторые товары в депо, – VRPPD; VRP с возвратом – VRPB; VRP, где каждый клиент может обслуживаться одновременно несколькими машинами, – SDVRP; VRP, где доставка может осуществляться в течение нескольких дней, – PVRP; VRP, где некоторые компоненты имеют случайный характер, – SVRP; VRP, где существует возможность дозагрузки автомобиля на маршруте, – VRPSF. Для каждого вида задач существуют свои подходы к решению: точные методы, эвристические методы и метаэвристики.

Введение

Сегодня логистика является одним из значительных и растущих сегментов экономики. Более половины общей стоимости логистики приходится на транспортные расходы. Вследствие этого усовершенствование перевозок может существенно снизить логистические затраты. С VRP сталкивается практически каждое предприятие при доставке продукции потребителю. Поэтому актуальность VRP вызвана практической значимостью. Оптимизация транспортировки как аспект логистической деятельности заключается в активном внедрении информационных технологий для маршрутизации транспорта, организации погрузки и выгрузки. При решении задач маршрутизации на предприятии диспетчером появляется человеческий фактор, который значительно влияет на точность результата. Преодолеть человеческий фактор поможет программное обеспечение, основанное на более точных методах решения VRP.

Задача маршрутизации транспорта (VRP) относится к оптимизационным. Суть ее состоит в нахождении оптимального набора маршрутов для транспортных средств от нескольких депо к нескольким клиентам. Поэтому VRP имеет комбинаторную природу. Решение данной задачи заключается в поиске экстремума некоторой функции в заданной допустимой области. Целевая функция отображает критерий оптимальности задачи. Это может быть минимизация расстояния, стоимости, времени. Допустимая область задается различными ограничениями в зависимости от специфики поставленной задачи. В качестве ограничений могут выступать верхние границы на время доставки продукции определенному клиенту, грузоподъемность транспортного средства и т.д.

Задачи VRP лежат на пересечении задач о ранце и коммивояжера, относятся к классу NP-трудных задач, поэтому сложность точного решения задачи в худшем случае зависит от размера входных данных экспоненциально. Для решения задач этого класса обычно применяют эвристические методы, которые находят приближенные решения.

Научный руководитель – М.Я. Ковалев, доктор физико-математических наук, профессор, заместитель генерального директора Объединенного института проблем информатики НАН Беларуси

Сегодня многие предприятия для оптимизации маршрутов применяют метод разделения на районы, где одно транспортное средство закреплено за одним районом. Данный метод достаточно прост, однако дает приближенное и неустойчивое решение, на качество которого влияют колебания в объемах заказов и количестве потребителей.

В зависимости от ограничений и условий задачи маршрутизации транспорта выделяется несколько классов VRP, для каждого из которых существуют свои методы решения. Для решения VRP используются:

1) простейшие методы (полный перебор, случайный перебор, жадные алгоритмы и т.д.);

2) эвристические методы (метод Кларка–Райта, алгоритм Моля–Джеймсона и др.), которые дают приближенное решение задачи за приемлемое время;

3) методы метаэвристики (поиск с запретами, моделируемый отжиг, детерминированный отжиг, генетический алгоритм, алгоритм на основе муравьиных колоний, нейронные сети); они не указывают точного описания порядка действий для решения задачи, и каждый из них должен быть дополнительно конкретизирован путём подбора значений управляющих параметров.

В следующих разделах будут рассмотрены основные классы задач маршрутизации транспорта и существующие подходы к их решению.

Постановка задач маршрутизации транспорта

Классическая задача маршрутизации транспорта (VRP) была сформулирована Г.Б. Данцигом и Р.Х. Рамсером в 1959 г. в работе [1]. VRP состоит в следующем. Есть одно депо (производитель) с парком транспортных средств и несколько клиентов. Каждому клиенту необходимо доставить определенный объем товаров. Задача маршрутизации состоит в нахождении такого набора маршрутов с минимальной общей стоимостью, чтобы каждый клиент был посещен только одним автомобилем только один раз. Кроме того, все маршруты должны начинаться и заканчиваться в депо. В данном случае критерием оптимальности является общая стоимость доставки товаров.

Так как задача маршрутизации относится к классу комбинаторных задач оптимизации, ее можно представить в виде графа $G(V, E)$ (Лапорт, 1992):

$V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ – множество вершин (v_0 – депо, $v_{1..n}$ – потребители);

E – множество ребер $\{(v_i, v_j) \mid i \neq j\}$;

C – матрица неотрицательных расстояний (стоимости пути) c_{ij} между потребителями;

m – количество машин;

d_i – объем груза, поставляемый i -му потребителю;

q^k – грузоподъемность k -ой машины;

X_{ij}^k принимают значения $\{0, 1\}$, 1 означает, что k -ый автомобиль движется от вершины i к вершине j , 0 автомобиль не движется от вершины i к вершине j .

С каждой вершиной V_i связано некоторое количество товаров (q_i), которые должны быть доставлены соответствующему потребителю.

Целевой функцией является стоимость решения задачи: $F_{VRP} = \sum C(R_i)$, $i = 1..m$,

где $C(R_i)$ – сумма длин ребер маршрута R_i .

Из приведенных выше обозначений математическая формулировка VRP следующая (нужно минимизировать целевую функцию (1), при ограничениях (2)–(7)):

$$\sum_{k=1}^m \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} X_{ij}^k \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j \in V} X_{ij}^k = 1, \forall i = 1..n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n d_i \sum_{j \in V} X_{ij}^k \leq q^k, \forall k = 1..m \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V} X_{0j}^k = 1, \forall k = 1..m \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ih}^k \sum_{j \in V} X_{hj}^k = 0, \forall h = 1..n, \forall k = 1..m \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} X_{i,0}^k = 1, \forall k = 1..m \quad (6)$$

$$X_{ij}^k \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in E, \forall k = 1..m \quad (7)$$

Целевая функция (1) определяет стоимость всех маршрутов всех транспортных средств. Ограничение (2) показывает, что каждый клиент обслуживается только одним транспортным средством и только один раз. Ограничение (3) – это ограничение на грузоподъемность транспорта. Ограничение (4) означает, что каждый автомобиль выезжает из депо один раз. Ограничение (5) означает, что автомобиль может покинуть какую-либо вершину, кроме депо, только если он прибыл в эту вершину. Ограничение (6) – транспортные средства возвращаются в депо и только один раз.

Фактически решение классической задачи маршрутизации сводится к построению непересекающихся гамильтоновых циклов [2] для связного взвешенного графа, в вершинах которого находятся клиенты, а ребра показывают стоимость (время, расстояние) маршрута. На рисунке 1 представлен пример решения классической задачи маршрутизации автотранспорта.

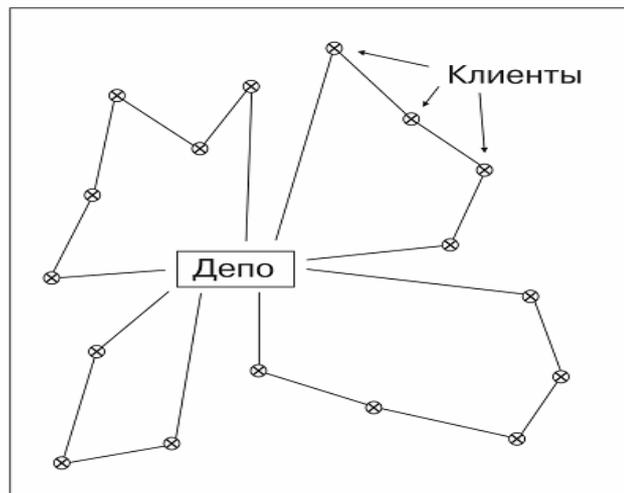


Рисунок 1 – Решение классической задачи маршрутизации

Задача маршрутизации транспорта с временными окнами (VRPTW)

VRPTW основана на классической VRP, но здесь присутствует ограничение по времени обслуживания клиентов. Есть одно депо с парком автотранспортных средств и несколько клиентов. Каждому клиенту необходимо доставить определенный объем товаров. Задача маршрутизации состоит в нахождении набора маршрутов с минимальной общей стоимостью. При этом маршруты должны отвечать следующим требованиям:

- 1) каждый клиент должен быть посещен только одним автомобилем только один раз;
- 2) все маршруты должны начинаться и заканчиваться в депо;

- 3) общее количество товаров на маршруте не должно превышать грузоподъемность транспортного средства;
- 4) каждый клиент должен быть обслужен в определенный промежуток времени (решение неприемлемо, если клиент обслуживается после верхней временной границы);
- 5) машина, прибывшая ранее нижней временной границы, ожидает ее наступления;
- 6) опоздание не влияет на пригодность решения, но добавляет некоторое штрафное значение к целевой функции.

Временные ограничения делятся на «мягкие», нарушать которые разрешается (нарушение таких ограничений наказывается штрафом, выраженным в количественной форме и добавляемом к целевой функции), и «жесткие», нарушение которых не допускается ни при каких обстоятельствах [3]. Как правило, алгоритмы для «жестких» и «мягких» ограничений различаются.

В постановке задачи маршрутизации транспорта с временными окнами вводятся дополнительные обозначения: $[a_i, b_i]$, $i = 1..n$ – промежуток времени, в который должен быть обслужен i -тый клиент; S_i^k , $i \in V$, $k = 1..m$ – время прибытия k -ого автомобиля к i -ому клиенту; t_{ij} – время перемещения от клиента i , $i=1..n$, к клиенту j , $j=1..n$.

Из приведенных обозначений математическая формулировка VRPTW следующая (нужно минимизировать целевую функцию (1), при ограничениях (2)–(9)).

$$\sum_{k=1}^m \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} X_{ij}^k \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j \in V} X_{ij}^k = 1, \forall i = 1..n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n d_i \sum_{j \in V} X_{ij}^k \leq q^k, \forall k = 1..m \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V} X_{0j}^k = 1, \forall k = 1..m \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ih}^k \sum_{j \in V} X_{hj}^k = 0, \forall h = 1..n, \forall k = 1..m \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} X_{i,0}^k = 1, \forall k = 1..m \quad (6)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij}^k (S_i^k + t_{ij} - S_j^k) \leq 0, \forall (i, j) \in E, \forall k = 1..m \quad (7)$$

$$a_i \leq S_i^k \leq b_i, \forall i \in V, \forall k = 1..m \quad (8)$$

$$X_{ij}^k \in \{0,1\}, \forall (i, j) \in E, \forall k = 1..m \quad (9)$$

Ограничение (7) означает, если автомобиль движется из вершины i в j , то время прибытия автомобиля в j не может быть меньше суммы времени прибытия автомобиля в пункт i и времени движения автомобиля из пункта i в пункт j . Ограничение (8) – это ограничение по времени, прибытие автомобиля к клиенту должно быть в пределах временного окна.

В свою очередь, задачи маршрутизации транспорта с ограничением по времени имеют несколько разновидностей по количеству используемого автотранспорта. Данная задача также может расширяться, если учесть тот факт, что клиенты могут не только получать, но и возвращать товар – задача маршрутизации с возвратом и доставкой товара с ограничением по времени (PDPTW – Pickup and Delivery Problem with Time Windows) [4]. На рисунке 2 представлен типичный вариант решения задачи с ограничением по времени.

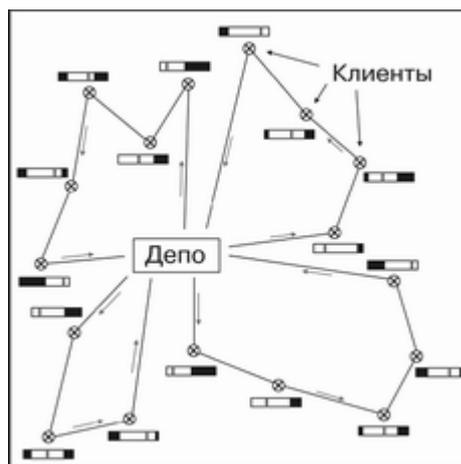


Рисунок 2 – Типичное решение VRPTW

Для выполнения заказа каждого клиента существует допустимый интервал времени (показан белым цветом), реальный момент выполнения заказа в соответствии с полученным решением отмечен чертой.

Другие виды задач маршрутизации транспорта

Задача маршрутизации транспорта с ограничением по грузоподъемности (CVRP) была экстенсивно изучена в начале 1960-х гг., когда было представлено много новых эвристических и точных подходов. В задачах маршрутизации с ограничением по грузоподъемности вводится дополнительное ограничение: объем грузов на каждом маршруте не должен превышать заданной величины Q (одинаковая величина для всех машин). Задача маршрутизации с ограничением по грузоподъемности состоит в нахождении набора маршрутов с минимальным количеством транспорта и суммарной минимальной стоимостью. При этом маршруты должны отвечать следующим требованиям: каждый клиент должен быть посещен только одним автомобилем только один раз; все маршруты должны начинаться и заканчиваться в депо; суммарный заказ всех клиентов, посещенных одним автомобилем, не превышает Q .

Задача маршрутизации с несколькими депо (MDVRP). В MDVRP есть больше чем один склад, чтобы обслужить клиентов, и это является главной особенностью данной задачи. В задаче маршрутизации с несколькими депо необходимо определять, каких клиентов назначать на определенный склад. Таким образом, маршрут начинается в любом из имеющихся складов и заканчивается на этом же складе.

Задача маршрутизации с возможностью возврата товаров (VRPPD) расширяет классическую задачу маршрутизации тем, что требуется доставка товаров назад от потребителей в депо. Исходя из условия возможности возврата товаров, необходима проверка того, что товары, которые вернет потребитель, не превысят вместимость машины. Это ограничение делает планирование задачи более сложным и может привести к непроизводительному использованию вместимости транспорта, увеличению общего пути и количества единиц транспорта в депо.

Маршрутизация со случайными данными (SVRP). В данной разновидности VRP один или несколько компонентов задачи могут иметь случайное поведение, например, клиенты, запросы клиентов, время поездки. Задача маршрутизации со случайными данными состоит в нахождении маршрута с минимальной общей стоимостью (временем) и минимальным количеством транспорта при определенных ограничениях: когда некоторые данные неизвестны, становится невозможным выполнение всех ограниче-

ний для всех случайных переменных. Таким образом, возможно выполнение некоторых условий с заданной вероятностью либо построение корректирующей модели, выполняющейся при нарушении каких-либо ограничений.

Методы решения задач маршрутизации транспорта

Точные методы. К точным методам решения VRP относятся метод ветвей и границ, метод Гомори последовательных отсечений.

Метод ветвей и границ был впервые предложен Э. Лэнд и А. Дойг в 1960 г. для решения задач целочисленного программирования. Метод ветвей и границ – общий алгоритмический метод для нахождения оптимальных решений задач оптимизации. Он является вариацией полного перебора с отсеком подмножеств допустимых решений, заведомо не содержащих оптимальных решений, с возвращением. Отсев производится при сравнении стоимостей частичных решений [5; 6].

Основной принцип метода может быть рассмотрен на примере нахождения минимума и максимума функции $f(x)$ на множестве допустимых значений x . Функции f и x могут быть произвольной природы. Содержание *метода ветвей и границ* представляет собой две процедуры: ветвление и нахождение оценок (границ).

Ветвление заключается в разбиении на подобласти меньших размеров области допустимых решений. Процедуру можно рекурсивно применять к подобластям. Образованные подобласти образуют дерево, называемое деревом поиска или деревом ветвления. Узлами этого дерева являются построенные подобласти.

Процедура нахождения оценок заключается в поиске верхних и нижних границ для оптимального значения на подобласти допустимых решений. Для задачи минимизации: если нижняя граница для подобласти A дерева поиска больше, чем верхняя граница какой-либо ранее просмотренной подобласти B , то A может быть исключена из дальнейшего рассмотрения (правило отсева). Если нижняя граница для узла дерева совпадает с верхней границей, то это значение является минимумом функции и достигается на соответствующей подобласти.

Метод отсечений был разработан в конце 1950-х годов Гомори для решения целочисленных линейных программ с помощью симплекс-метода. Метод отсечений Гомори позволяет получать целочисленные решения задач линейного программирования.

Точными методами для транспортной задачи с временными рамками занимались Голдэн и Ассад (1986), Десрочерс (1988), Соломон (1996), Кордуа (2001), Ларсен (1999), Кук и Рич (1999). Болдэччи и др. (2004) был описан метод ветвей с отсечением для CVRP. Один из лучших алгоритмов метода ветвей и границ для CVRP был разработан Лисгардом (2004) [8].

Для решения различных видов VRP разработано много точных алгоритмов, таких как генерация областей, программирование целого числа, отсечение, описанное Чжином и др. (2008), Руссо и др. (2007) и Ральфсом (2003).

Самые крупные задачи, которые могут последовательно решаться точными методами большинством эффективных точных методов, предлагаемых до сих пор, содержат до 135 клиентов, тогда как задачи с большей размерностью могут быть решены только в специфических случаях. Поэтому практические задачи с более чем сотня клиентов решаются эвристическими и метаэвристическими алгоритмами.

Эвристические методы

1. Эвристические методы построения маршрута (route construction heuristics). Использование этих методов подразумевает получение маршрута низкого качества, который может быть использован в качестве начального, опорного решения. Конструирование маршрута происходит пошагово с помощью добавления новых клиентов в теку-

щий маршрут. Для выбора следующего клиента выбирается определенный критерий (критерием может быть расстояние) [4]. При добавлении в маршрут новых клиентов проверяются ограничения задачи и, если больше нет подходящих клиентов для добавления в маршрут, начинается новый маршрут. Алгоритм завершается, если все клиенты включены в маршруты.

К эвристическим методам построения маршрута относятся метод сбережений Кларка–Райта (Savings, 1964), метод, основанный на совпадениях (Matching Based), метод эвристики улучшения многих маршрутов (Multi-route Improvement Heuristics), метод Соломона (1987), метод параллельного построения маршрута (1993) [4]. Данные об эвристических методах построения маршрута представлены в работах Ната и Хофера (1968), Мэдсена (1976), Соломона (1986–1987), Потвина и Руссо (1993), Брамеля и Симчи-Леви (1996), Далэрта и Брэйзи (2003).

Алгоритм Кларка–Райта (Clarke and Wright) – это один из самых известных алгоритмов для решения задач маршрутизации транспорта, который был разработан британскими учеными Г. Кларком и Дж.В. Райтом (1964) [8]. Его идея основана на процессе слияния мелких маршрутов в более крупные, проводимого до тех пор, пока есть возможность уменьшить суммарную стоимость объезда. Этот алгоритм использует понятие «сбережения» (saving), чтобы оценить операции слияния между маршрутами. Сбережение – это снижение общей стоимости решения, получаемое при объединении двух маршрутов.

Алгоритм Моля–Джеймсона (Mole and Jameson) может применяться для задач с неопределённым заранее количеством транспортных средств. Он использует при расширении маршрута два параметра λ и μ при вычислении стоимости возможной вставки.

Кристофидес, Мингоззи и Токс (Christofides, Mingozzi and Toth) разработали более глубокий последовательный алгоритм вставки [9]. Он также применяется для случаев с неопределённым заранее числом транспортных средств. Это двухфазовый эвристический метод, которым также можно управлять при помощи двух параметров λ и μ .

2. Эвристические методы улучшения маршрута (solution improvement methods), основаны на методе локального поиска. Эти методы применяются при наличии какого-либо опорного решения. Суть метода заключается в сравнении опорного решения с модифицированным. Если модифицированное решение лучше опорного, то это решение становится опорным. Для получения модифицированного решения часто используется прием перестановки дуг между маршрутами или внутри маршрутов. Работа алгоритма прекращается при нахождении оптимального решения, которое не может быть улучшено дальнейшими перестановками [3].

К методам получения модифицированного решения относятся М-туристический подход Рассела (1977); метод, ориентированный на ближайшего соседа, и три различных алгоритма вставки (Вэйкер и Шэффер, 1986); эвристика В-критерия, основанная на методе Кларка–Райта, (Ван Лэндегем, 1988); метод перестановки дуг, названный λ -перестановками (λ -interchange) (Осман, 1989); эвристика обмена Потвина и Россуа (1995); метод получения модифицированного решения Проссеры и Шоу (1996), Бэкера (1997), Томпсона и Псарафтиса (1993); параллельный строительный подход (Энтес и Дирайгс, 1995); LNS-метод (Шоу, 1997); детерминированная эвристика Кордоне и Вольфлер-Калво (1998); эвристики для больших направлений (Кажуа и Лабурте, 1999); двухфазовый эвристический алгоритм Гонга и Парка (1999); эвристики локального поиска Брэйзи (2001); эвристики, которые могут эффективно работать с различными типами связей, (Компбел и Сэвельсберг, 2004–2005).

Выделяются двухфазные алгоритмы, когда задача разбивается на две части: группировку вершин для каждого будущего маршрута (алгоритм заметания [10], алгоритм Фишера и алгоритм Джекумара [11], Брамеля–Симчи-Леви [12], алгоритм лепест-

ков [13]) и решение задачи маршрутизации для каждой полученной группы: Fisher and Jaikumar (1981), The Petal Algorithm, The Sweep Algorithm, Taillard (1993).

Метаэвристические методы

В метаэвристических методах упор делается на тщательное изучение наиболее перспективных частей пространства решений. Качество получаемых решений оказывается выше, чем у решений, полученных классическими эвристиками.

К данным методам относятся: метод моделирования отжига (simulated annealing) (Чех и Жарнас, 2002; Ли и Лим, 2003), метод поиска с запретами (tabu search) (Чанг и Рассел, 1997; Го и Голанд, 2004; Потвин, Кервахат, Гарсия и Россуа, 1996; Тэйлорд, Бадуа, Жандро, Жартин и Потвин, 1997), муравьиный алгоритм (antcolony optimization) (Гамбарделла, Тэйлорд и Агацци, 1999; Гонг, Лиу, Жанг и Фу, 2007), генетические и эволюционные алгоритмы (Элварэнжа, Матуа и Томи, 2007; Бергер и Варкою, 2004; Брэйзи и Жандро, 2001; Чен, Ли и Ке, 2001; Сенг и Ванг, 2009; Потвин и Бенджио, 1996; Тэн, Ли и Ою, 2001; Тинг и Гуанг, 2004) [3]. Среди последних подходов выделяют алгоритмы локального поиска (Брэйзи, 2004), двухступенчатого гибридного локального поиска (Бэнт, 2004) [14], гибридного генетического алгоритма (Брэйзи, 2003) [15], реактивного поиска окрестности переменной [16], двухфазный гибридный метаэвристический алгоритм (Гомберг, 2005) [17].

Метаэвристические методы: поиск с запретами, моделируемый отжиг и детерминированный отжиг – начинают работу с некоторого начального решения x_1 , на каждой итерации t выполняют переход от решения x_t к решению x_{t+1} , находящимся в окрестности $N(x_t)$ решения x_t , до тех пор, пока не будет выполнено некоторое условие остановки вычислений. Если $f(x)$ обозначает стоимость решения x , то $f(x_{t+1})$ в метаэвристиках не обязательно меньше $f(x_t)$ [18]. Это является ключевым отличием метаэвристик от классических эвристик, применяемых для решения задач маршрутизации.

Поиск с запретами является алгоритмом, который ведет местный поиск с запретом возврата к предыдущим решениям. Для любой реализации поиска с запретами требуется определить следующее: запрещающую стратегию, которая задаёт, что именно помещается в список исключений; освобождающую стратегию, которая задаёт, что должно удаляться из списка исключений; стратегию, объединяющую поведение двух предыдущих пунктов, включая механизм определения направления поиска и правило выбора следующего решения на основе стратегии «наилучший подходящий» или «первый подходящий»; критерий остановки.

В методе моделирования отжига используется понятие «окрестности решений». В окрестность входят все решения, которые могут быть получены путём выполнения фиксированного количества элементарных преобразований из текущего решения. Набор преобразований в каждом варианте алгоритма различен и описывается отдельно.

В работе Робасте [20] представлены два ранних алгоритма моделируемого отжига для решения задачи маршрутизации. В первом варианте авторы определяли понятие окрестности решений путём сочетания нескольких преобразований: разворот части маршрута, перемещение части маршрута на другое место того же маршрута, обмен вершинами между маршрутами. В другом варианте для построения начального решения используется двухфазовый алгоритм с предшествованием решения перед кластеризацией и использованием улучшающего метода.

Детерминированный отжиг (Deterministic Annealing) работает таким же образом, как и моделируемый, за исключением того, что для принятия решения о следующем шаге используется явно детерминированный механизм. Известны два подхода детерминированного отжига:

1. Пороговое принятие (Threshold accepting) [20].

2. Ход от рекорда к рекорду (Record to record travel) [21].

Генетические алгоритмы решения задач оптимизации впервые были предложены Джоном Холландом (1975). Они основаны на идеях наследственности в биологических популяциях [22]. Генетические алгоритмы для решения задач маршрутизации применяли Потвин и др. (1996), для VRP со многими депо – Салха и др. (1998), для задачи маршрутизации школьного автобуса – Тангай и Нигард (1992). Генетический алгоритм проверяет на каждом шаге популяцию решений. В нём каждая новая популяция наследуется от предшествующей путём комбинирования её наилучших решений и удаления неудачных.

Муравьиные алгоритмы – это вероятностная жадная эвристика, где вероятности устанавливаются исходя из информации о качестве решения, полученной из предыдущих решений [23–26]. Суть муравьиного алгоритма – моделирование поведения муравьёв, основанного на их способности быстро находить кратчайший путь от муравейника к источнику пищи и адаптироваться к изменяющимся условиям, находя новый кратчайший путь.

Нейронные сети (Neural networks) – это вычислительная модель, состоящая из элементов, сильно связанных множеством соединений, которые напоминают нейроны в головном мозге. Для каждого соединения назначается весовой коэффициент. От одного элемента может быть послан сигнал другому, который передаётся через соответствующее соединение с учётом весового коэффициента. Начало применения нейронных сетей для решения комбинаторных задач положила работа Хопфилда (1985) [27]. Применение нейронных сетей для решения задач коммивояжера стало предметом многих исследований, таких как метод эластичных сетей (Elastic Net) [28] и метод самоорганизующейся карты (Self-Organizing Map) [29]. Адаптированные методы достаточно далеки от классических подходов к построению нейронных сетей, но давали результаты лучше, чем попытки применить нейронные сети в их чистом виде. Однако эти методы уступают другим метаэвристическим алгоритмам.

Заключение

Одной из ключевых функций в области транспортной логистики является возможность расчёта и построения оптимальных, с точки зрения стоимости, маршрутов на транспортной сети. Такая проблема наиболее часто встречается среди компаний, выполняющих развозку товара с некоторого склада до точек потребления или розничной торговли. Математическая формулировка этой задачи широко известна как задача маршрутизации транспорта (VRP).

Задачи маршрутизации транспорта имеют несколько классов в зависимости от ограничений: классическая задача маршрутизации транспорта – VRP; VRP с временными окнами (окна могут быть мягкими и жесткими) – VRPTW; VRP с ограничением по грузоподъемности – CVRP; VRP с несколькими депо – MDVRP; VRP, где клиенты могут возвращать некоторые товары в депо, – VRPPD; VRP, аналогично предыдущей задаче, но возврат начинается только после доставки всех товаров из депо, – VRPB; VRP, где каждый клиент может обслуживаться одновременно несколькими машинами, – SDVRP; VRP, где доставка может осуществляться в течение нескольких дней, – PVRP; VRP, где некоторые компоненты имеют случайный характер, – SVRP; VRP, где существует возможность дозагрузки автомобиля на маршруте, – VRPSF.

Для решения этих классов задач существует три вида методов: точные методы, эвристические методы и метаэвристические методы.

Точные методы решения VRP не применяются на практике из-за чрезмерно большого времени вычислений. Эвристические методы – конструктивные алгоритмы, двухфазные алгоритмы, улучшающие алгоритмы. К метаэвристическим относят поиск

с запретом, моделируемый и детерминированный отжиг, генетический алгоритм, муравьиный алгоритм, нейронные сети.

В настоящее время такие алгоритмы, как генетический алгоритм, колонии муравьев и нейронные сети, представляют основные интересы многих исследователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dantzig, G.B. The Truck Dispatching Problem. *Management Science* 6 / G.B. Dantzig, R.H. Ramser. – 1959. – P. 80–91.
2. Wolfram Research. Гамильтонов путь. [Электронный ресурс]. – 1993. – Режим доступа: <http://mathworld.wolfram.com/HamiltonianPath>. – Дата доступа: 15.04.2011.
3. The VRP with Time Windows. Chapter 7 / J.-F. Cordeau [et al.]. Paolo Toth and Daniel Vigo (eds), SIAM, Monographs on Discrete Mathematics and Applications. – 2001.
4. Tobias, Babb. Pickup and Delivery Problem with Time Windows, Coordinated Transportation Systems: The State of the Art. Department of Computer Science University of Central Florida Orlando / Tobias Babb. – Florida, 2005.
5. Рейнгольд, Э. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део ; пер. с англ. Е.П. Липатова. – М. : Мир, 1980. – 476 с.
6. Blasum, U. Application of the Branch and cut method to the Vehicle Routing Problem [Электронный ресурс]. – 2000. – Режим доступа: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.9.9887&rep=rep1&type=pdf>. – Дата доступа: 4.05.2011.
7. Lysgaard, J. A new branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical Programming, Ser. A* 100:423–445 / Jens Lysgaard, Adam N. Letchford, and Richard W. Eglese, 2004.
8. Clarke, G. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points / G. Clarke, J.W. Wright // *Journal of Operations Research Society*. – 1964. – Vol. 12, № 4. – P. 568–581.
9. Christofides, N. The vehicle routing problem / N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth // *Combinatorial Optimization*. – Wiley, Chichester, 1979. – P. 315–338.
10. Laporte. G. Classical heuristics for the capacitated VRP / Gilbert Laporte and Frédéric Semet // *The Vehicle Routing Problem* Paulo Toth and Daniele Vigo (editors). Vol. 9 of SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, chapter 5. – SIAM. – Philadelphia, 2002. – P 109–128.
11. Gillett, B.E. A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem / B.E. Gillett, L.R. Miller // *Operations Research*. – 1974. – № 22. – P. 340–349.
12. Fisher, M.L. A generalized assignment heuristic for vehicle routing / M.L. Fisher, R. Jaikumar // *Networks*. – 1981. – № 11. – P. 109–124.
13. Bramel, J.B. A location based heuristic for general routing problems / J.B. Bramel, D. Simchi-Levi // *Operations Research*. – 1995. – № 43. – P. 649–660.
14. Renaud, J. An improved petal heuristic for the vehicle routing problem / J. Renaud, F. F. Bostor, G. Laporte // *Journal of Operational Research Society*. – 1996. – № 47. – P. 329–336.
15. Bent, R. A two-stage hybrid local search for the vehicle routing problem with time windows, *Transportation Sci.* 38 / R. Bent, P. Van Hentenryck. – 2004. – P. 515–530.
16. Berger, J. A route-directed hybrid genetic approach for the vehicle routing problem with time windows / J. Berger, M. Barkaoui, O. Bräysy. – 2003. – P. 179–194.
17. Bräysy, O. A reactive variable neighborhood search for the vehicle routing problem with time windows, *INFORMS J. Comput.* 15 / O. Bräysy. – 2003. – P. 347–368.

18. Homberger, J. A two-phase hybrid metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows, *European J. Oper. Res.* 162 / J. Homberger, H. Gehring. – 2005. – P. 220–238.
19. Gendreau, M. Metaheuristics for the vehicle routing problem / M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin // *Technical Report CRT-963, Centre de Recherche sur les Transports.* – Universit de Montral, jan. 1994.
20. Robuste, F. Implementing vehicle routing models/ F. Robuste, C.F. Daganzo, R. Souleyrette II // *Transportation Research*, 24B. – 1990. – P. 263–286.
21. Dueck, G. Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm / G. Dueck, T. Scheurer // *Journal of Computational Physics.* – 1990. – № 90. – P. 161–175.
22. Dueck, G. New optimization heuristics: The great deluge algorithm and the record-to-record travel // *Journal of Computational Physics.* – 1993. – № 104. – P. 86–92.
23. Макконелл, Дж. Основы современных алгоритмов: учеб. пособие / Дж. Макконелл; пер. с англ. С.К. Ландо. – М. : Техносфера, 2004. — 368 с.
24. Kawamura, H. Cooperative search on pheromone communication for vehicle routing problems / H. Kawamura [et al.] // *IEEE Transactions on Fundamentals*, E81-A. – 1998. – P. 1089– 1096.
25. Bullnheimer, B. Applying the ant system to the vehicle routing problem / B. Bullnheimer, R.F. Hartl, C. Strauss // *Meta-Heuristics: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization* / S. Vofi, S. Martello, I.H. Osman and C. Roucairol (editors). – Kluwer. – Boston, 1998. – P. 109–120.
26. Bullnheimer, B. An improved ant system for the vehicle routing problem / B. Bullnheimer, R.F. Hartl, C. Strauss // *Annals of Operations Research*, 1998.
27. Hopfield, J.J. Neural computation of decisions in optimization problems / J.J. Hopfield, D.W. Tank // *Biological Cybernetics.* – 1985. – № 52. – P. 141–152.
28. Durbin, R. An analogue approach to the travelling salesman problem using an elastic net method / R. Durbin, D. Willshaw // *Nature.* – 1987. – № 326. – P. 689–691.
29. Kohonen, T. *Self-Organization and Associative Memory* / T. Kohonen. – Berlin : Springer, 1988.

Dmitrakhova O.V. Vehicle Routing Problem in Chains of Deliveries

In the article statement of Vehicle Routing Problem is given, are considered various kinds of VRP, the review and the analysis of methods of their decision is spent. VRP are rather actual as they arise in planning of logistical chains of deliveries. Depending on restrictions there are following types of VRPs: VRP with time windows – VRPTW; Capacitated VRP – CVRP; multi-depot VRP – MDVRP; VRP with Pick-Up and Delivery – VRPPD; VRP with Backhauls – VRPB; Split Delivery VRP – SDVRP; Periodic VRP – PVRP; Stochastic VRP – SVRP; VRP with Satellite Facilities – VRPSF. For each type of VRPs there are approaches to the decision: exact methods; heuristic methods and metaheuristics.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 04.07.2011