

УДК 556.16.06

Александр Александрович Волчек¹, Светлана Васильевна Сидак²

¹д-р геогр. наук, проф., декан факультета инженерных систем и экологии

Брестского государственного технического университета

²ассистент каф. информатики и прикладной математики

Брестского государственного технического университета

Aleksander Volchak¹, Svetlana Sidak²

¹Doctor of Geographical Sciences, Professor,

Dean of the Faculty of Engineering Systems and Ecology

of the Brest State Technical University

²Assistant of the Department of Informatics and Applied Mathematics

of the Brest State Technical University

e-mail: ¹volchak@tut.by, ²harchik-sveta@mail.ru

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПРОГНОЗ СТОКА РЕК БЕЛАРУСИ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ*

Представлен новый подход к вероятностному прогнозированию стока рек Беларуси в нестационарных условиях, основанный на использовании вероятностной модели стока в виде суммы двух законов распределения с весовыми коэффициентами, учитывающими фрактальные характеристики гидрологических рядов. В результате применения данной модели к максимальным и минимальным расходам стока рек Беларуси получены прогнозные оценки данных видов стока для наиболее крупных рек Беларуси. Выполнен сравнительный анализ полученных результатов с результатами моделирования по классической вероятностной модели с назначением весовых коэффициентов пропорционально длинам выборок каждого стационарного периода.

Ключевые слова: *моделирование, прогнозные оценки, нестационарность, фрактальный анализ, речной сток.*

Probabilistic Forecast of River Runoff in Belarus in Modern Conditions

The article presents a new approach to probabilistic runoff forecasting in Belarus under non-stationary conditions, based on a collection of probabilistic runoff models in the form of sums of two distribution patterns with weight coefficients that take into account the fractal characteristics of hydrological series. As a result of applying this model to the maximum and minimum runoff rates of the rivers of Belarus, forecast estimates of these types of runoff for the largest rivers of Belarus were obtained. A comparative analysis of the obtained results with the results of modeling according to the classical probabilistic model with the assignment of weight coefficients in proportion to the lengths of the samples of each stationary period is carried out.

Key words: *modeling, predictive estimates, non-stationarity, fractal analysis, river runoff*

Введение

Необходимым условием эффективного планирования и управления в области водных ресурсов, рационального их использования, а также минимизации возможных ущербов, связанных с опасными гидрологическими явлениями, является возможность работы с достоверными и научно-обоснованными оценками как современного состояния водных ресурсов, так и прогнозируемых на будущее. Согласно проекту Водной стратегии Республики Беларусь до 2030 г. на сегодняшний день имеется недостаточный объем научных исследований для проведения достоверной оценки дальнейшего влияния изменения климата на водные ресурсы Беларуси. Влияние изменения климата и антропогенных воздействий на гидрологические процессы выражается в нестационарности гидрологичес-

**Работа выполнена при поддержке БРФФИ (грант № X20M064).*

ских рядов данных. Следствием этого является тот факт, что получение прогнозных оценок гидрологических характеристик проводится в условиях большой неопределенности. Особенно затруднительным является моделирование максимальных и минимальных летне-осенних расходов речного стока, представляющих наибольшие риски для экономики страны и для безопасности населения.

За последние два десятилетия парадигма гидрологического прогнозирования изменилась с детерминированной на вероятностную [1]. В ряде исследований по получению прогнозных оценок речного стока в нестационарных условиях исходят из методологического положения, состоящего в том, что только на основе вероятностных подходов возможно дать учитывающее основные источники неопределенности прогнозное распределение стока с большой заблаговременностью [2].

В связи с этим целью данной работы является получение прогнозных оценок максимального и минимального летне-осеннего стока рек Беларуси в вероятностной форме с учетом нестационарности гидрологической системы.

Материалы и методы исследования

В исследовании использованы данные гидрологических наблюдений за максимальными и минимальными расходами стока рек Беларуси за период инструментальных наблюдений Республиканского гидрометеорологического центра Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь. Прогнозные оценки получены для пяти гидрологических постов наиболее крупных рек Беларуси: Припять (г. Мозырь), Неман (г. Гродно), Западная Двина (г. Витебск), Березина (г. Бобруйск), Днепр (г. Орша). Период исследования составил 70 лет (1948–2017 гг.). Пропуски в рядах данных восстановлены с помощью компьютерного программного комплекса «Гидролог» [3].

Характер нарушения стационарности рядов инструментальных наблюдений за максимальным и минимальным летне-осенним стоком крупных рек Беларуси позволяет сделать вывод о том, что все ряды максимального и большинство рядов минимального стока можно рассматривать состоящими из двух последовательных стационарных участков [4]. Согласно существующим методическим рекомендациям, в случае неоднородности исходных данных гидрологических наблюдений, когда рассматриваемый ряд состоит из неоднородных элементов гидрологического режима, эмпирические и аналитические кривые распределения устанавливаются отдельно для каждой однородной совокупности [5]. Итоговая схема моделирования предполагает построение расчетной кривой обеспеченности в виде суммы двух законов распределения с заданными весовыми коэффициентами, пропорциональными длинам выборок. В практике гидрологического моделирования такая модель имеет название «смесь распределений». В этом случае для плотности распределения $f(Q)$ и кривой обеспеченности $P(Q)$ справедливы следующие формулы:

$$f(Q) = \alpha_1 f_1(Q) + \alpha_2 f_2(Q), \quad (1)$$

$$P(Q) = 1 - \int_0^Q [\alpha_1 f_1(Q) + \alpha_2 f_2(Q)] dQ, \quad (2)$$

где $\alpha_1 = \frac{n_1}{n_1+n_2}$, $\alpha_2 = \frac{n_2}{n_1+n_2}$ – весовые коэффициенты, n_1 , n_2 – число членов в каждой из двух однородных совокупностей. Согласно [5] весовые коэффициенты можно задать и другими способами, но необходимо выполнение условия:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (3)$$

Реализация вероятностного прогноза с использованием модели (1) требует последовательного решения ряда задач: 1) анализ «характера» нестационарности гидрологического ряда (поиск точек разладки во временных рядах); 2) идентификация наиболее

подходящей вероятностной модели распределения речного стока для условно однородного участка; 3) учет имеющейся нестационарности в прогнозной модели.

Решение первой задачи выполнено авторами статьи в работе [5]. Оценка однородности рядов стока выполнена с использованием пяти тестов: Стьюдента, Фишера, Буишанда, Петтитта, Стандартного нормального теста на однородность. По результатам проверки однородности гидрологических рядов по пяти предложенным тестам исследуемые ряды классифицированы в зависимости от количества тестов, принимающих гипотезу об однородности данных на уровне значимости 5 % по следующим правилам:

1) ряд данных относится к классу А, если нулевая гипотеза принимается всеми тестами либо отвергается одним по пяти тестов на 5 %-ом уровне значимости;

2) ряд данных относится к классу В, если два или три теста отклоняют нулевую гипотезу об однородности данных;

3) ряд данных относится к классу С, если четыре или пять тестов отклоняют нулевую гипотезу об однородности данных на 5 %-ом уровне значимости.

В результате проверки рядов максимального и минимального речного стока на однородность пришли к результату: все исследуемые ряды максимального стока принадлежат к классу С (точки разладки в этих рядах приходятся на период 1970–1988 гг.); ряды минимального летне-осеннего стока для створов рек Березина (г. Бобруйск), Днепр (г. Орша), Припять (г. Мозырь) принадлежат к классу С, остальные – к классу А.

Решение второй задачи при реализации вероятностного прогнозирования выполнено в работах [6; 7]. На основании проведенных исследований в качестве теоретической кривой распределения условно стационарного участка для описания минимального стока рек Беларуси представляется возможным использование распределения Гумбеля, для максимального стока – распределения Вейбулла, дающих наилучшую аппроксимацию исходных данных.

Недостаток модели «смеси распределений» (1) заключается в том, что данная модель больше подходит для оценки уже произошедших изменений гидрологического режима на момент прогноза, но не для получения прогнозных оценок в будущем. Причиной этого служит тот факт, что в данной модели учитываются только предыдущие состояния гидрологической системы, т. е. состояния, в которых она пребывала до момента прогноза. Но данная модель не учитывает состояние, в которое система перейдет в прогнозном периоде.

Второй недостаток состоит в назначении весовых коэффициентов модели. Назначение коэффициентов пропорционально длинам выборок однородных периодов предполагает, что вероятность пребывания гидрологической системы в прогнозном периоде в условиях формирования стока, схожих первому стационарному периоду, составляет α_1 , второму стационарному периоду – α_2 . Однако, учитывая наблюдаемое потепление климата и большую вероятность продолжения наметившейся тенденции в его изменении, вероятность того, что гидрологическая система будет находиться в условиях, схожих со вторым стационарным периодом, должна превосходить вероятность возврата к прошлому (первому) стационарному состоянию системы. В связи с этим весьма актуальной является проблема обоснованного выбора весовых коэффициентов в модели (1), которые бы количественно отражали вероятность развития гидрологической системы и условий формирования стока в прогнозном периоде по каждому условно стационарному периоду до момента прогноза. В данном исследовании оценить эту вероятность предлагается с использованием фрактального анализа гидрологических рядов [8].

Метод фрактального анализа является инструментом, позволяющим вычислять параметры, отражающие неявные, скрытые свойства гидрологических процессов и получившим в последнее время широкое развитие в самых разнообразных областях науки. Суть метода фрактального анализа состоит в том, что состояние системы, в котором она

находится в настоящий момент, формируется на основе предыдущих состояний системы или процесса. В результате временной ряд на определенном промежутке является фрактальным (самоподобным). Отличительным свойством при реализации фрактального анализа (в отличие, например, от марковских цепей) является то, что в процессе анализа принимаются во внимание не только состояния системы, в которых она пребывала непосредственно до начала прогноза, но и состояния, происходившие давно относительно настоящего момента. Основной целью процесса фрактального анализа рядов расходов речного стока является установление наличия и численная оценка таких фундаментальных характеристик гидрологических рядов, как долговременная память, трендоустойчивость (персистентность) и антиперсистентность.

В теории фрактального анализа известны несколько способов исследования временных рядов и оценки их фрактальных размерностей. В гидрологических исследованиях наиболее часто используется метод, основанный на исследованиях английского гидролога Хёрста, который в начале XX в. занимался изучением уровня воды в р. Нил и доказал, что большинство естественных явлений следуют случайности на каждом последовательном шаге (представляют собой комбинацию тренд + шум). Этот метод анализа, основанный на вычислении показателя Хёрста (H), в научной литературе носит название R/S анализа [9]. Специфика метода ориентирована на анализ нелинейных колебаний, колебаний с непостоянными амплитудой и частотой. В отличие от спектрального и корреляционного анализов, метод R/S анализа не требует, чтобы рассматриваемая выборка и ее подвыборки изменялись по гармоническому закону. Величина H характеризует отношение устойчивости текущей тенденции ряда (детерминированная составляющая) к уровню шума (случайная составляющая). Основным достоинством критерия Хёрста является его устойчивость к априорному распределению временного ряда и возможность достаточно просто выявить периодические и даже непериодические циклы.

Результирующее значение H колеблется от 0 до 1 и является главным показателем трендоустойчивости ряда, а также определяет цвет шума. При определенных значениях H можно просто и надежно прогнозировать течение изучаемого процесса на основе предыдущих состояний процесса. Если показатель H равен 0,5, то сигнал представляет собой случайный процесс (белый шум). Для процессов с более высоким значением H ($H > 0,5$) присуща персистентность. Это означает, что предыдущие значения ряда непосредственно повлияют на будущие значения, таким образом, наступление экстремального события будет предпосылкой более высокой вероятности того, что за ним последуют другое экстремальное событие. Чем ближе значение показателя H к 1, тем больше эта вероятность. Показатель $H > 0,6$ определяет область черного шума и указывает на наличие эффекта «долговременной памяти». Более низкий показатель H ($H < 0,5$) имеет отрицательную долгосрочную зависимость и соответствует области розового шума. Таким процессам характерна антиперсистентность, т. е. значения на текущем этапе противоположно влияют на будущее поведение ряда. В этом случае появление экстремального события будет фактом того, что за ним последует другое экстремальное, но противоположное событие (например, за наводнением последует засуха). Такой ряд практически нельзя предсказать. Так как показатель H выступает своего рода вероятностью пребывания гидрологической системы в последнем стационарном состоянии, модель прогнозирования стока (1) будет иметь следующий вид:

$$f(Q) = (1 - H)f_1(Q) + Hf_2(Q), \quad (4)$$

где H – показатель Хёрста нестационарного ряда расходов речного стока.

Для оценки области применимости прогнозной модели (4) необходимо определить максимальный временной интервал прогнозирования t_{max} . При вероятностном

прогнозировании речного стока предлагается максимальному временному интервалу прогнозирования t_{max} поставить в соответствие максимальную глубину долговременной памяти l_{max} временного ряда. Глубина долговременной памяти l_{max} содержательно означает количество значений временного ряда, после которого теряется память о начальной точке.

В работе [10] рассмотрены алгоритмы и результаты расчета показателя N для рядов стока рек Беларуси. Полученные в исследовании значения показателя N для исследуемых рядов максимального и минимального стока рек Беларуси больше $\theta, 6$, следовательно, временные ряды являются персистентными. Ориентировочная длина «памяти» для них составляет 30 точек.

Результаты и их обсуждение

В таблицах 1 и 2 представлены результаты вероятностного прогноза максимального и минимального летне-осеннего стока рек Беларуси на основании данных о расходах речного стока за период с 1948 по 2017 г. для трех вариантов расчета: I – прогноз, учитывающий только последний стационарный период; II – прогноз с назначением весовых коэффициентов пропорционально объемам выборок стационарных периодов; III – прогноз, полученный по модели (4).

Таблица 1. – Ординаты аналитической кривой распределения Вейбулла для максимальных расходов воды весеннего половодья

P, %	Q, м ³ /с														
	Западная Двина (Витебск)			Днепр (Орша)			Припять (Мозырь)			Березина (Бобруйск)			Неман (Гродно)		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
0,1	3314	3757	3508	1536	2250	1848	5847	7029	6364	1231	3085	2269	1535	3857	2835
1	2648	2986	2796	1186	1636	1383	3954	4845	4344	835	1969	1470	1159	2485	1901
3	2298	2588	2425	1009	1345	1156	3086	3805	3401	656	1462	1107	972	1857	1467
5	2130	2397	2247	927	1212	1052	2641	3314	2935	567	1210	927	886	1560	1263
10	1883	2117	1985	804	1017	897	2083	2644	2329	455	902	705	759	1188	999
20	1607	1812	1697	676	830	744	1567	1987	1751	354	629	508	629	862	760
30	1424	1611	1506	596	719	650	1288	1611	1429	302	494	410	546	702	633
40	1281	1456	1358	533	639	579	1108	1348	1213	267	402	343	486	592	545
50	1158	1323	1230	482	577	524	967	1140	1043	241	336	294	437	520	484
60	1039	1198	1109	434	525	474	868	969	912	224	294	263	391	468	434
70	926	1075	991	389	479	429	797	836	814	212	265	241	350	432	396
80	797	946	862	345	439	386	634	664	647	202	245	226	311	405	363
90	644	790	708	295	401	341	701	602	658	198	236	219	267	384	333
95	541	685	604	261	379	313	689	546	627	197	235	218	240	372	314
97	472	623	538	242	368	297	687	520	614	196	234	217	228	366	305
99	363	522	433	217	355	278	684	499	603	194	232	215	209	358	293
99,9	225	398	301	189	343	256	683	486	597	193	231	214	195	352	283

Таблица 2. – Ординаты аналитической кривой распределения Гумбеля для минимальных летне-осенних расходов воды речного стока

P, %	Q, м ³ /с								
	Днепр (Орша)			Припять (Мозырь)			Березина (Бобруйск)		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
0,1	89	88	88	514	535	578	108	108	108
1	76	71	73	402	407	445	95	93	94
3	70	63	65	344	343	378	88	85	86
5	66	59	61	317	313	346	84	81	82
10	61	53	56	277	269	300	78	75	76
20	54	46	50	234	223	251	72	68	70
30	50	42	45	206	193	219	67	63	65
40	46	39	42	184	171	195	63	59	61
50	43	37	39	166	153	175	59	56	57
60	40	34	36	149	136	156	56	53	54
70	36	32	33	131	120	137	52	49	50
80	32	29	30	114	104	119	48	45	46
90	26	26	26	94	86	98	42	40	41
95	22	24	23	80	74	84	37	36	36
97	19	22	21	72	68	77	34	34	34
99	11	18	16	60	59	65	30	30	30
99,9	6	16	12	45	50	52	20	22	21

Примечание – в таблице приведены прогнозные оценки только по тем створам, ряды минимального летне-осеннего стока для которых являются неоднородными.

Из таблиц 1 и 2 видно, что результаты прогноза расходов речного стока с использованием модели с назначением весовых коэффициентов пропорционально объемам выборок в большинстве случаев завышены по сравнению с результатами, полученными по модели (4). Особенно это выражено для максимального стока, где значения прогнозных оценок для II и III вариантов расчета отличаются для некоторых исследуемых створов на 30 %. Таким образом, использование подхода с назначением весовых коэффициентов в модели вероятностного прогноза с учетом фрактальных характеристик рядов позволяет получить более обоснованные и выгодные с экономической точки зрения результаты.

Заключение

Предложен новый подход в получении прогнозных оценок стока рек Беларуси в нестационарных условиях, основанный на построении прогнозной модели в виде «смеси распределений» с назначением весовых коэффициентов, учитывающих фрактальную размерность гидрологических характеристик. Предложенный метод вероятностного моделирования стока с назначением весовых коэффициентов, учитывающих смену стационарных состояний гидрологического процесса, позволяет получить научно обоснованные и эффективные прогнозные оценки речного стока, что будет способствовать более рациональному использованию водных ресурсов Беларуси.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кучмент, Л. С. Развитие методов гидрологических прогнозов и смена их парадигмы / Л. С. Кучмент // Избр. тр. Ин-та водных проблем РАН: 1967–2017 : в 2-х т. – М. : КУРС, 2017. – Т. 2. – С. 5–24.
2. Болгов, М. В. Стохастическая гидрология: развитие основных идей в России / М. В. Болгов // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Науки о Земле. – 2021. – № 66 (1). – С. 19–40.
3. Волчек, А. А. Многолетняя изменчивость стока рек Беларуси в условиях изменения климата и антропогенных воздействий / А. А. Волчек, С. В. Сидак, С. И. Парфомук // Актуальные научно-технические и экологические проблемы сохранения среды обитания : сб. тр. IV Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 55-летию Брест. гос. техн. ун-та и 50-летию фак. инженер. систем и экологии, Брест, 7–8 окт. 2021 г. / Брест. гос. техн. ун-т ; редкол.: А. А. Волчек [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2021. – С. 101–113.
4. Расчетные гидрологические характеристики. Порядок определения = Разліковыя гідралагічныя характарыстыкі. Парадак вызначэння : ТКП 45-3.04-168-2009 (02250). – Минск : Стройтехнорм, 2010. – 55 с.
5. Volchak, A. A. Statistical assessment of the runoff time series homogeneity of the rivers in Belarus / A. A. Volchak, S. V. Sidak, S. I. Parfomuk // Vestnik of Brest State Technical University. – 2021. – № 3 (126). – С. 92–95.
6. Волчек, А. А. К вопросу о распределении различных видов стока / А. А. Волчек, С. В. Сидак // Актуальные проблемы наук о Земле: использование природных ресурсов и сохранение окружающей среды : сб. материалов V Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 27–29 сент. 2021 г. : в 2 ч. / Ин-т природопользования НАН Беларуси, Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина, Брест. гос. техн. ун-т ; редкол.: С. А. Лысенко, М. А. Богдасаров, А. А. Волчек. – Брест : БрГУ, 2021. – Ч. 2. – С. 27–31.
7. Волчек, А. А. Учет распределения максимальных значений речного стока при реставрации историко-культурных ценностей / А. А. Волчек, С. В. Сидак // Реставрация историко-культурных объектов как сохранение культурного наследия Республики Беларусь : сб. ст. науч.-техн. семинара, Брест, 30 сент. 2020 г. / Брест. гос. техн. ун-т ; редкол. Э. А. Тур [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2020. – С. 35–39.
8. Волчек, А. А. К вопросу исследования гидрометеорологических рядов методами фрактального анализа / А. А. Волчек, С. В. Сидак // Современные проблемы гидрометеорологии и мониторинга окружающей среды на пространстве СНГ : тез. докл. междунар. науч.-практ. конф. – СПб. : РГГМУ, 2020. – С. 321–323.
9. Hurst, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs / H. E. Hurst // Trans. Am. Soc. Civ. Eng. – 1951. – № 116. – P. 770–808.
10. Волчек, А. А. Фрактальный анализ рядов речного стока / А. А. Волчек, С. В. Сидак // Комплексные проблемы техносферной безопасности. Научный и практический подходы к развитию и реализации технологий безопасности : сб. ст. по материалам XVII Междунар. науч.-практ. конф., Воронеж, 26 марта 2021 г. / Воронеж. гос. техн. ун-т ; редкол.: П. С. Куприенко (отв. ред.) [и др.]. – Воронеж : ВГТУ, 2021. – С. 362–367.

REFERENCES

1. Kuchmient, L. S. Razvitije mietodov gidrologichieskikh prognozov i smiena ikh paradigmmy / L. S. Kuchmient // Izbr. tr. In-ta vodnyh problem RAN: 1967–2017 : v 2-kh t. – M. : KURS, 2017. – T. 2. – S. 5–24.
2. Bolgov, M. V. Stokhastichieskaja gidrologija: razvitije osnovnykh idiej v Rossii / M. V. Bolgov // Viestn. S.-Pietierb. un-ta. Nauki o Ziemlie. 2021. – № 66 (1). – S. 19–40.

3. Volchik, A. A. Mnogolietniaja izmienchivost' stoka riek Bielarusi v uslovijakh izmienenija klimata i antropogiennykh vozdeystvij / A. A. Volchik, S. V. Sidak, S. I. Parfomuk // Aktual'nyje nauchno-tiekhnichieskije i ekologichieskije problemi sokhranienija sriedy obitanija : sb. tr. IV Miezhdunar. nauch.-prakt. konf., posviashch. 55-letiju Brest. gos. tiekhn. un-ta i 50-letiju fak. inzhenernykh sistem i ekologii, Brest, 7–8 okt. 2021 g. / Brest. gos. tiekhn. un-t ; riedkol.: A. A. Volchik [i dr.]. – Brest : BrGTU, 2021. – S. 101–113.

4. Raschiotnyje gidrologichieskije kharakteristiki. Poriadok opriedielienija = Razlikovyja hidralahichnyja kharaktarystyki. Paradak vyznachennia : TKP 45-3.04-168-2009(02250). – Minsk : Strojtiekhnorm, 2010. – 55 s.

5. Volchak, A. A. Statistical assessment of the runoff time series homogeneity of the rivers in Belarus / A. A. Volchak, S. V. Sidak, S. I. Parfomuk // Vestnik of Brest State Technical University. – 2021. – № 3 (126). – С. 92–95.

6. Volchik, A. A. K voprosu o raspriedielienii razlichnykh vidov stoka / A. A. Volchik, S. V. Sidak // Aktual'nyje problemy nauk o Ziemle: ispol'zovanije prirodnykh riesursov i sokhranienije okruzhajushchiej sriedy : sb. materialov V Miezhdunar. nauch.-prakt. konf., Brest, 27–29 sient. 2021 g. : v 2 ch. / In-t prirodopol'zovanija NAN Bielarusi, Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina, Brest. gos. tiekhn. un-t ; riedkol.: S. A. Lysienko, M. A. Bogdasarov, A. A. Volchik. – Brest : BrGU, 2021. – Ch. 2. – S. 27–31.

7. Volchik, A. A. Uchiot raspriedielienija maksimal'nykh znachienij riechnogo stoka pri riestavracii istoriko-kul'turnykh cennostiej / A. A. Volchik, S. V. Sidak // Riestavracija istoriko-kul'turnykh objektov kak sokhranienije kul'turnogo nasliedija Riespubliki Belarus' : sb. st. nauch.-tiekhn. sieminara, Brest, 30 sient. 2020 g. / Brest. gos. tiekhn. un-t ; riedkol.: Ye. A. Tur [i dr.]. – Brest : BrGTU, 2020. – S. 35–39.

8. Volchik, A. A. K voprosu issliedovanija gidromieteorologichieskikh riadov mietodami fraktal'nogo analiza / A. A. Volchek, S. V. Sidak // Sovriemiennyje problemy gidromieteorologii i monitoringa okruzhajushchiej sriedy na prostranstvie SNG : tez. dokl. miezhdunar. nauch.-prakt. konf. – SPb. : RGGMU, 2020. – S. 321–323.

9. Hurst, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs / H. E. Hurst // Trans. Am. Soc. Civ. Eng. –1951. – Nr 116. – P. 770–808.

10. Volchik, A. A. Fraktal'nyj analiz riadov riechnogo stoka / A. A. Volchik, S. V. Sidak // Komplieksnyje problemy tiekhnosfiernoj bezopasnosti. Nauchnyj i praktichieskij podhody k razvitiju i riezalzacii tiekhnologij bezopasnosti : sb. st. po materialam XVII Miezhdunar. nauch.-prakt. konf., Voroniez, 26 marta 2021 g. / Voroniez. gos. tiekhn. un-t ; riedkol.: P. S. Kuprijenko (otv. ried.) [i dr.]. – Voroniez : VGTU, 2021. – S. 362–367.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 13.01.2022