

$$C^{\frac{1}{2}} = i \begin{pmatrix} 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 & C_2 \\ -C_1 & 0 & 0 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 & C_4 \\ 0 & 0 & -C_3 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & fC_2^* & 0 & -fC_4^* & 0 & 0 \\ -fC_2^* & 0 & fC_4^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \Gamma_4^{\frac{1}{2}} = C^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = C' \otimes i\gamma_5\gamma_4, \quad (37)$$

где

$$C' = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & C_2 \\ 0 & C_3 & C_4 \\ fC_2^* & -fC_4^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

Характеристическое уравнение матрицы C' (38) имеет вид

$$\lambda^3 - \lambda^2(C_1 + C_3) + \lambda(C_1C_3 - f|C_2|^2 + f|C_4|^2) + f|C_2|^2C_3 - f|C_4|^2C_1 = 0. \quad (39)$$

Полагая, как и ранее (см. (27)), один из корней равным 1, для нахождения двух остальных корней получим уравнение

$$\lambda^2 - \lambda(C_1 + C_3 - 1) - f|C_2|^2C_3 + f|C_4|^2C_1 = 0, \quad (40)$$

на параметры которого налагается ограничение

$$C_1C_3 - C_1 - C_3 + 1 + f|C_2|^2(C_3 - 1) - f|C_4|^2(C_1 - 1) = 0. \quad (41)$$

Условие (41) выполняется при естественном выборе (30) вещественных параметров C_1, C_3 . При этом уравнение (40) принимает вид

$$\lambda^2 - \lambda - f|C_2|^2 + f|C_4|^2 = 0. \quad (42)$$

Отсюда для корней λ_1, λ_2 получаем выражение

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + f|C_2|^2 - f|C_4|^2}, \quad (43)$$

имеющее смысл при выполнении условий

$$|C_2|^2 - |C_4|^2 > -\frac{1}{4} \text{ при } f = 1, \quad (44)$$

$$|C_2|^2 - |C_4|^2 < \frac{1}{4} \text{ при } f = -1. \quad (45)$$

Заключение

Таким образом, исходя из набора (5) неприводимых представлений группы Лоренца, можно построить, вообще говоря, четыре различных типа P -неинвариантного

РВУ для микрообъекта со спином $s = \frac{1}{2}$ и тремя массовыми состояниями. В базисе Гельфанда – Яглома при использовании индексной нумерации (7) неприводимых компонент, входящих в (5), спиновые блоки $C^{\frac{1}{2}} \otimes I_2$ матрицы Γ_4 (6) и блоки $\eta^{\frac{1}{2}} \otimes I_2$ матрицы билинейной формы η (14) для каждого из этих типов уравнений имеют, как следует из вышеприведенного исследования, вид:

Первый тип

$$C^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & C_4 \\ C_2^* & C_4^* & 0 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4; \quad \eta^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4, \quad (46)$$

где C_2, C_4 – произвольные комплексные числа, не равные одновременно нулю. Массовый спектр (4) определяется корнями

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + |C_2|^2 + |C_4|^2}, \quad \lambda_3 = 1. \quad (47)$$

Второй тип

$$C^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & C_4 \\ -C_2^* & -C_4^* & 0 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4; \quad \eta^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4, \quad (48)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - |C_2|^2 - |C_4|^2}, \quad \lambda_3 = 1, \quad (49)$$

где произвол в выборе параметров C_2, C_4 ограничен условием (33).

Третий тип

$$C^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & C_4 \\ C_2^* & -C_4^* & 0 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4; \quad \eta^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4, \quad (50)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + |C_2|^2 - |C_4|^2}, \quad \lambda_3 = 1 \quad (51)$$

при выполнении ограничения (44).

Четвертый тип

$$C^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & C_4 \\ -C_2^* & C_4^* & 0 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4; \quad \eta^{\frac{1}{2}} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes i\gamma_5\gamma_4, \quad (52)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - |C_2|^2 + |C_4|^2}, \quad \lambda_3 = 1. \quad (53)$$

где параметры C_2, C_4 подчиняются условию (45).

Выбор определенных значений параметров C_2, C_4 может быть осуществлен путем сопоставления полученных результатов с экспериментальными данными для масс флейворных нейтрино.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гугнюк, М. Л. Описание поколений нейтрино в подходе теории релятивистских волновых уравнений / М. Л. Гугнюк, В. А. Плетюхов // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 4, Фізіка. Матэматыка. – 2017. – № 1. – С. 5–11.
2. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск : Беларус. навука, 2015. – 328 с.
3. Гельфанд, И. М. Представления группы вращений и группы Лоренца / И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро. – М. : Наука, 1958. – 368 с.
4. Гельфанд, И. М. Общие релятивистски-инвариантные уравнения и бесконечномерные представления группы Лоренца / И. М. Гельфанд, А. М. Яглом // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18, № 8. – С. 703–733.
5. Федоров, Ф. И. Волновые уравнения с кратными представлениями группы Лоренца. Полуцелый спин / Ф. И. Федоров, В. А. Плетюхов // Вес. АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1970. – № 3. – С. 78–83.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 13.09.2019

Pletyukhov V. A., Kapitsa I. V., Kisel V. V., Red'kov V. M. P-Noninvariant Relativistic Wave Equation for the Particle with Spin $\frac{1}{2}$ and Three Masses

Four types of P-noninvariant relativistic wave equation for the particle with spin $s = \frac{1}{2}$ and three different masses are obtained in the Gelfand – Yagolam approach. Each of them can present an interest as a classical basis for describing three generations of neutrinos, considered as a single physical object.

УДК 669.2/8:620

В. С. Савенко¹, Н. В. Степанев²¹д-р техн. наук, проф., зав. каф. физики и математики*Мозырского государственного педагогического университета имени И. П. Шамякина*²магистрант физико-инженерного факультета*Мозырского государственного педагогического университета имени И. П. Шамякина*e-mail: savenko-vl@rambler.ru¹

**РАСЧЕТ ПОНДЕРОМОТОРНЫХ ФАКТОРОВ
И ИХ ГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ
ПРИ ЭЛЕКТРОПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATLAB**

Исследованы физические условия создания пондеромоторных эффектов при электропластической деформации для получения материалов с комплексом высоких физико-механических и служебных характеристик. Показано, что в условиях электропластичности реализация оптимальных значений пондеромоторных факторов достигается при частотах, когда магнитное поле не успевает существенно проникать в материал, при этом скорость диффузии будет зависеть как от проводимости металла, так и частоты тока. С ростом частоты следования импульсов тока магнитное и электрическое поля смещаются к поверхности образца, а с увеличением радиуса образца наблюдается рост напряженности магнитного поля и уменьшение плотности тока.

Введение

Перспективным направлением развития физики твердого тела и физического материаловедения в настоящее время является создание высокоинтенсивных технологий для получения материалов с комплексом высоких физико-механических и служебных характеристик.

Один из наиболее эффективных подходов для решения данной задачи реализуется при электронно-пластической деформации (ЭПД) металлов при возбуждении их электронной подсистемы высокоэнергетическими воздействиями с целью программированного управления деформационными процессами.

Импульсный ток большой плотности, пропущенный через металл во время деформации выше предела текучести, вызывает ЭПД в том числе за счет пондеромоторных эффектов, которые обуславливают дополнительные механические напряжения ионного остова кристаллической решетки металла.

В зоне деформации с периодичностью подачи импульсов тока на фронте их нарастания создается ультразвуковая вибрация, которая активно влияет на кинетику пластической деформации, модифицируя служебные характеристики материала (рисунки 1) [1–3].

Электропластичность в нагруженном проводящем материале в зоне деформации обуславливает перераспределение плотности носителей по сечению проводника от равномерного при отсутствии тока к максимальному на поверхности в начале импульса с последующим переходом к максимуму на оси образца с одновременным возбуждением импульсов ускорения в радиальном и осевом направлениях. На рисунке 2 показано ускорение для импульса тока длительностью 1 мкс с полосой частот 2–20 кГц.

В научно-прикладном аспекте необходимо рассчитывать и моделировать с помощью математических программ и графических изображений физические условия создания пондеромоторных факторов применительно к конкретным технически важным материалам в условиях деформирования статическими, динамическими и знакопеременными нагрузками.



Рисунок 1. – Переходные процессы ультразвуковой вибрации от действия импульсов тока в условиях деформации выше предела текучести

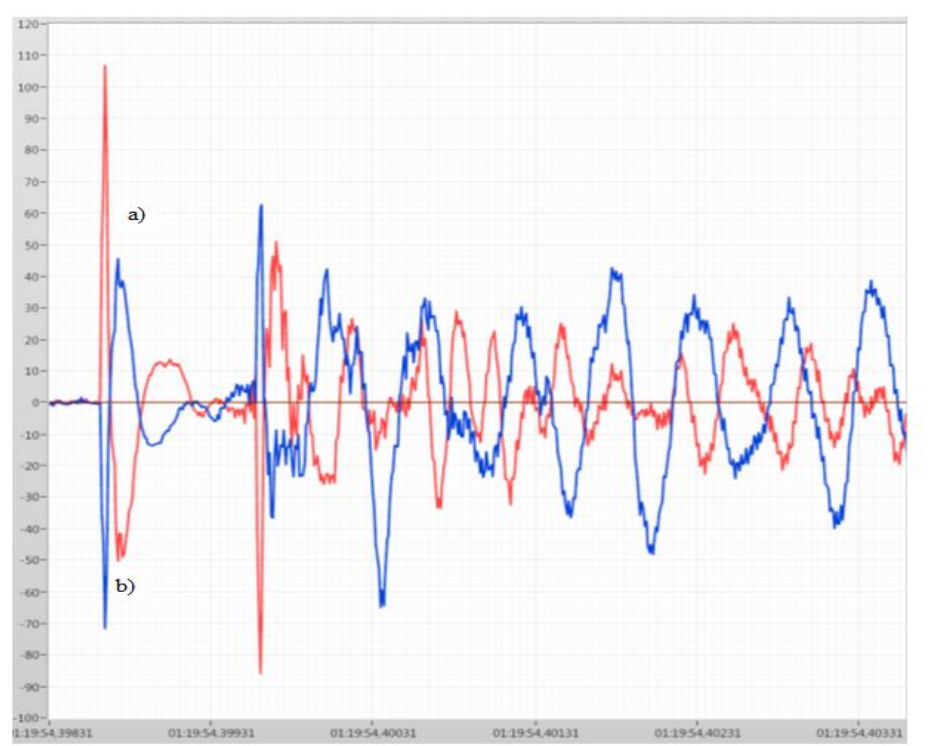


Рисунок 2. – Импульсы ускорения в радиальном и осевом направлениях при периодическом возбуждении импульса тока: а) осевое; б) радиальное

Наиболее подходящим для этих целей является математический пакет MatLab – один из используемых вычислительных средств, имеющих собственный язык программирования, применяемый во многих областях науки и являющийся предпочтительным для расчетов и графических изображений в моделировании физических процессов.

В пакете MatLab важная роль отводится специальным подпрограммам – Toolboxes, которые служат эффективным средством для решения различного рода линейных и нелинейных дифференциальных уравнений для физических периодических процессов, а также для системных дифференциальных уравнений в частных производных с большим числом переменных, что позволяет визуализировать процессы, происходящие во времени и пространстве с использованием функции plot3.

Основные результаты

Электропластическая деформация проводящих материалов вызывает ряд факторов вторичного силового действия импульсного тока большой плотности, создающего в деформационной зоне, которая находится под механическим напряжением выше предела текучести, пондеромоторные пинч- и скин-эффекты за счет влияния собственного магнитного поля тока и поляризации электронной подсистемы металла с созданием поперечного электрического поля Холла, препятствующего дальнейшему сжатию электронной плазмы.

Механизм пинч-эффекта заключается в появлении вокруг образца с током кольцевых линий собственного магнитного поля и поперечного поля Холла, действующего на движущиеся заряды электронной плазмы в поперечном направлении и смещающего их к оси проводника.

Воздействие собственного магнитного поля тока обуславливает поляризацию электронной плазмы металла и, как следствие, появление поперечного электрического поля Холла [5–8].

Пусть $H_m(x, t)$ – собственное магнитное поле в образце. Рассмотрим уравнение вида:

$$H_m(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t) f(x') dx', \quad (1)$$

$$\text{где } G(x, x', t) = (4\pi Dt)^{-1/2} \exp\left[-\frac{(x' - x)^2}{4Dt}\right].$$

Перепишем (1) в виде:

$$H_m(x, t) = (4\pi Dt)^{-1/2} \int_0^{\infty} \left\{ f(x') \exp\left[-\frac{(x' - x)^2}{4Dt}\right] + f(-x') \exp\left[-\frac{(x' + x)^2}{4Dt}\right] \right\} dx'. \quad (2)$$

Удовлетворяя граничному условию, будем иметь:

$$H_m(0, t) = (4\pi Dt)^{-1/2} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{x'^2}{4Dt}\right] \cdot \{f(x') - f(-x')\} dx'. \quad (3)$$

Условие будет выполнено, если $f(-x') = -f(x')$ ($0 \leq x' \leq \infty$).

Подставим (3) с учетом условия в (2) и получим:

$$H_m(x, t) = (4\pi Dt)^{-1/2} \int_0^\infty f(x') \left\{ \exp\left[-\frac{(x' - x)^2}{4Dt}\right] - \exp\left[-\frac{(x' + x)^2}{4Dt}\right] \right\} dx'. \quad (4)$$

Подставим (3) в (4):

$$H_m(x, t) = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_0^\infty \left\{ \exp\left[-\frac{(x' - x)^2}{4Dt}\right] - \exp\left[-\frac{(x' + x)^2}{4Dt}\right] \right\} dx'. \quad (5)$$

Разобьем интеграл на два слагаемых и введем новые переменные интегрирования:

$$\alpha = \frac{x' - x}{\sqrt{4Dt}}, \quad \beta = \frac{x' + x}{\sqrt{4Dt}}. \quad (6)$$

Получим:

$$\begin{aligned} H_m(x, t) &= \frac{H_0}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{-\frac{x}{\sqrt{4Dt}}}^{\infty} e^{-\alpha^2} d\alpha - \int_{-\frac{x}{\sqrt{4Dt}}}^{\infty} e^{-\beta^2} d\beta \right] = \\ &= \frac{H_0}{\sqrt{\pi}} = \frac{\frac{x}{\sqrt{4Dt}}}{\frac{x}{\sqrt{4Dt}}} e^{-\alpha^2} d\alpha = \frac{2H_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4Dt}}} e^{-\alpha^2} \end{aligned}$$

или

$$H_m(x, t) = H_0 \theta\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right), \quad (7)$$

где $\theta(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\alpha^2} d\alpha$.

Тогда (7) – вещественное магнитное поле в образце.

Напряженность собственного магнитного поля $\vec{H}$. Пусть r – сечение образца, в котором определяется напряженность поля. Выделим элементарный участок $d\vec{l}$ и положим, что для всех элементарных участков импульсный ток имеет одно значение, т. е. полная напряженность магнитного поля $\vec{H}$:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} I \int \frac{\sin \alpha}{r^2} d\vec{l}. \quad (8)$$

Из (8) следует

$$\frac{d\vec{l}}{r^2} = \frac{d\vec{\alpha}}{r \sin \alpha}. \quad (9)$$

Учтем, что $r \sin \alpha = R$, получим:

$$\frac{d\vec{l}}{r^2} = \frac{d\vec{\alpha}}{R}. \quad (10)$$

Подставим в (10) формулу (9) и перейдем к интегрированию по углу α в пределах от α_1 до α_2 :

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha}{R} d\vec{\alpha} = \frac{1}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\vec{\alpha} = -\frac{1}{4\pi R} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (11)$$

Тогда

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi R} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (12)$$

Электромагнитное поле для статики описывается системой уравнений Максвелла, законом Ома и уравнениями связи, т. к. ток изменяется по гармоническому закону. Учтем, что ток $i = \int \vec{j} dS$ и H изменяются по гармоническому закону:

$$H = \int dH_r. \quad (13)$$

Согласно (13),

$$dH_r = dH \cos \theta = \frac{R}{r} dH. \quad (14)$$

Используя закон Био – Савара – Лапласа, получим:

$$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (15)$$

или

$$dH_r = \frac{IRdl}{4\pi r^3}. \quad (16)$$

Подставим последнее выражение в формулу (15):

$$\vec{H}_0 = \frac{IR}{4\pi r^3} \int d\vec{l} = \frac{IRdl}{4\pi r^3}. \quad (17)$$

Если подставить (17) в (7), то значение напряженности магнитного поля в образце будет равно: